



UNIVERSITAS
INDONESIA

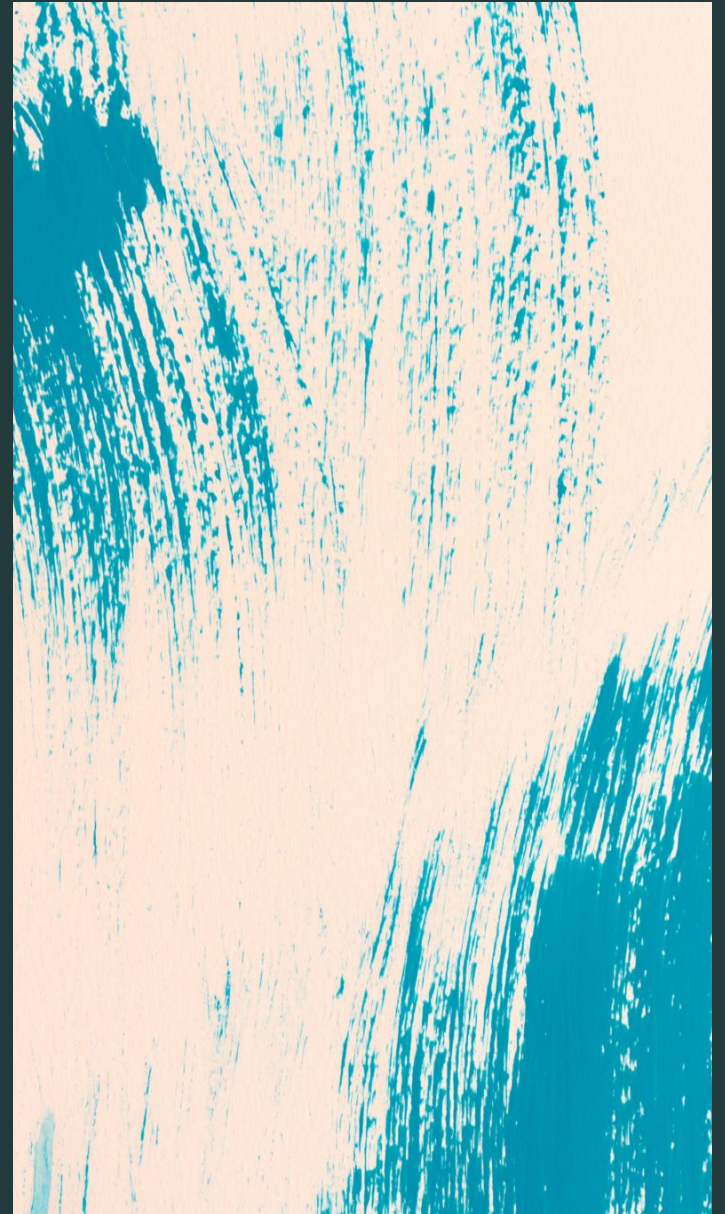
Veritas, Probitas, Iustitia
— EST. 1849 —

ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN UNTUK PERNYATAAN BERKUANTIFIKASI (Bagian 2)



LOGIKA DAN HIMPUNAN

*DEPARTEMEN MATEMATIKA
FMIPA UI*



TABEL 2
 ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN
 PERNYATAAN BERKUANTIFIKASI

ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN	NAMA
$\forall x P(x)$ $\therefore P(c)$	Universal instantiation
$P(c)$ untuk sembarang c $\therefore \forall x P(x)$	Generalisasi universal
$\exists x P(x)$ $\therefore P(c)$ untuk suatu c	Existential instantiation
$P(c)$ untuk suatu c $\therefore \exists x P(x)$	Generalisasi eksistensi

CONTOH 2



Misalkan diketahui premis sebagai berikut,

- “Seorang siswa di kelas ini tidak membaca buku teks” dan “Setiap orang di kelas ini lulus ujian.”
- Tunjukkan bahwa kesimpulan dari pernyataan di atas adalah, “Seseorang yang lulus ujian tidak membaca buku teks.”

SOLUSI.

Misalkan :

- $C(x)$: “ x siswa di kelas ini”,
- $B(x)$: “ x membaca buku teks”,
- $P(x)$: “ x lulus ujian.”

Maka premis di atas dapat ditulis kembali sebagai: $\exists x(C(x) \wedge \neg B(x))$ dan $\forall x(C(x) \rightarrow P(x))$



CONTOH 3 (LANJUTAN)

$$\exists x (C(x) \wedge \neg B(x)) \text{ dan } \forall x (C(x) \rightarrow P(x))$$

——

$C(x)$: “ x siswa di kelas ini”,
 $B(x)$: “ x membaca buku teks”,
 $P(x)$: “ x lulus ujian.”

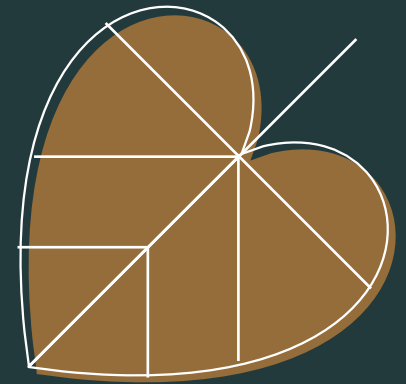
Kesimpulannya adalah: “Seseorang yang lulus ujian tidak membaca buku teks.”

LANGKAH	ALASAN
1. $\exists x(C(x) \wedge \neg B(x))$	Premis
2. $C(a) \wedge \neg B(a)$	Existential instantiation dari (1)
3. $C(a)$	Penyederhanaan (2)
4. $\forall x(C(x) \rightarrow P(x))$	Premis
5. $C(a) \rightarrow P(a)$	Universal instantiation dari (4)
6. $P(a)$	Modus ponens dari (3) dan (5)
7. $\neg B(a)$	Penyederhanaan (2)
8. $P(a) \wedge \neg B(a)$	Konjungsi dari (6) dan (7)
9. $\exists x(P(x) \wedge \neg B(x))$	Generalisasi eksistensi dari (8)

MENGGABUNGKAN ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN UNTUK PROPOSISI DAN PERNYATAAN BERKUANTIFIKASI

Universal Modus Ponens

Universal Modus Tollens



UNIVERSAL MODUS PONENS

- Pada contoh tadi dapat dilihat bahwa kita menggunakan aturan pernarikan kesimpulan baik untuk proposisi dan pernyataan berkuantifikasi.
- Universal instantiation dan modus ponens amat sering digunakan, gabungan aturan ini seringkali disebut **universal modus ponens**.
- Aturan ini menyatakan:
 - Jika $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$ adalah benar dan jika $P(a)$ benar untuk suatu elemen tertentu a di domain kuantifikasi universal, maka $Q(x)$ haruslah benar.

$$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$$

$P(a)$, dimana a elemen tertentu di domain

$$\therefore Q(a)$$

CONTOH 3

- Misalkan diketahui, “Untuk semua bilangan bulat positif n , jika n lebih besar daripada 4, maka n^2 kurang dari 2^n ” adalah benar. Gunakan universal modus ponens untuk menunjukkan $100^2 < 2^{100}$.
- Solusi.
- Misalkan :
 - $P(n)$ menyatakan “ $n > 4$ ”
 - $Q(n)$ menyatakan “ $n^2 < 2^n$ ”

Premis : $\forall n(P(n) \rightarrow Q(n))$ dengan domain semua bilangan bulat positif.

Asumsikan premis benar.

Perhatikan bahwa $P(100)$ benar karena $100 > 4$.

Dengan menggunakan universal modus ponens, $Q(100)$ benar, yaitu $100^2 < 2^{100}$.

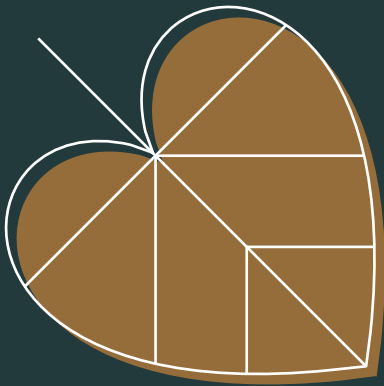
UNIVERSAL MODUS TOLLENS

- Kombinasi lain dari aturan penarikan kesimpulan dari logika proposisi dan aturan penarikan kesimpulan untuk pernyataan berkuantifikasi adalah universal modus tollens.
- **Universal modus tollens** menggabungkan universal instantiation dengan modus tollens, seperti berikut

$$\begin{array}{c} \forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \\ \neg Q(a), \text{ dimana } a \text{ elemen tertentu di domain} \\ \hline \therefore \neg P(a) \end{array}$$

LATIHAN

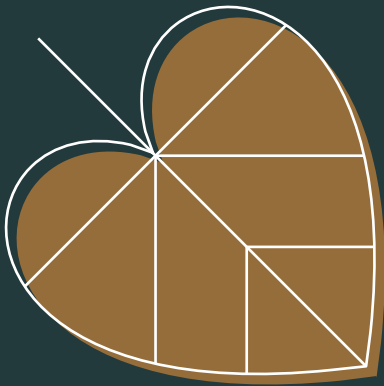
Aturan penarikan
kesimpulan pernyataan
berkuantifikasi



1. Misalkan diketahui bahwa “Jika kuliah Aljabar mudah, maka semua mahasiswa kuliah Aljabar akan lulus,” dan “Dina dan Rendra tidak lulus kuliah Aljabar.” Tunjukkan dengan aturan penarikan kesimpulan bahwa “Kuliah Aljabar susah.”
2. Tentukan aturan penarikan kesimpulan yang digunakan jika hipotesis adalah:
Semua singa adalah binatang buas.
Beberapa singa tidak minum kopi.
Kesimpulannya:
Beberapa binatang buas tidak minum kopi.
Domainnya adalah semua binatang.

LATIHAN

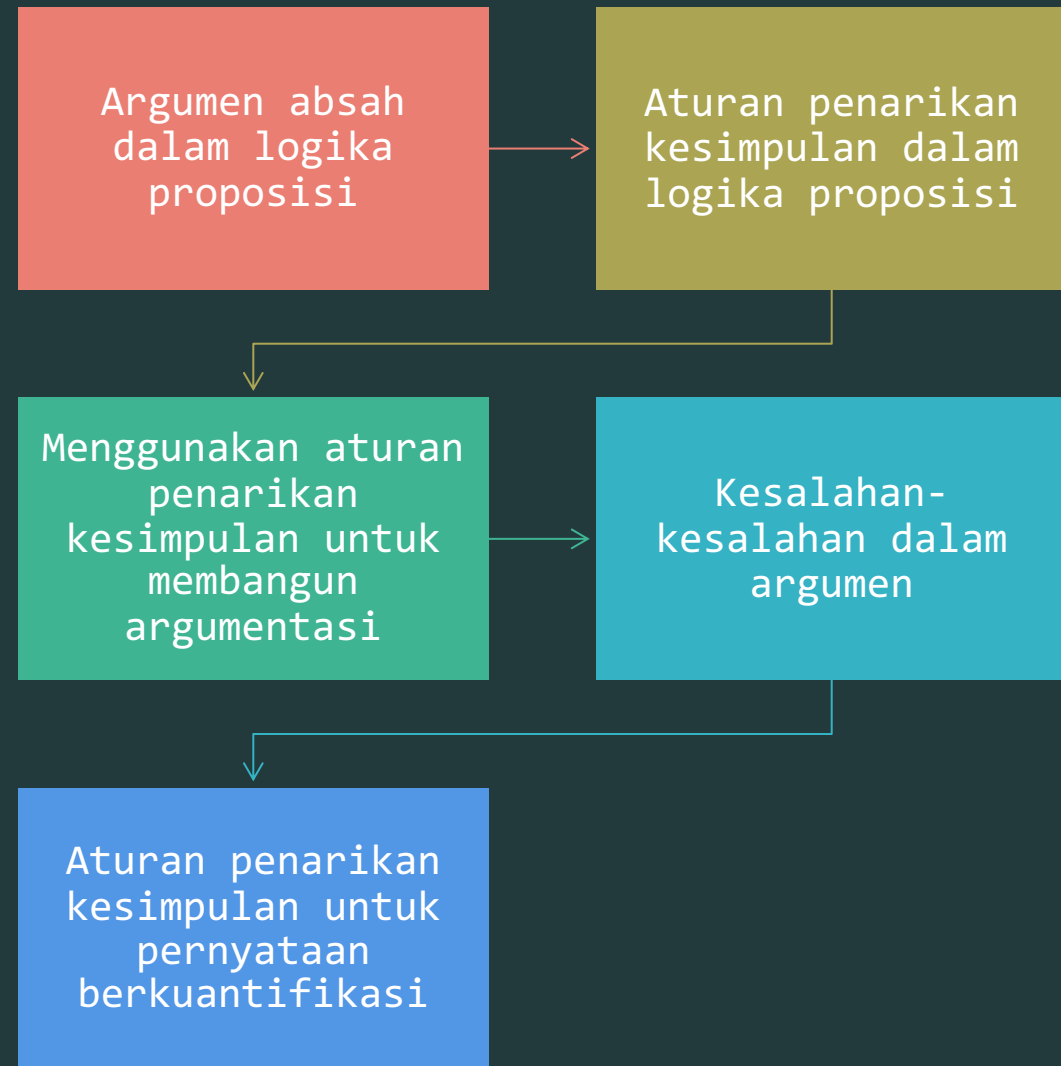
Aturan penarikan
kesimpulan pernyataan
berkuantifikasi



3. Untuk argumen berikut ini, jelaskan aturan penarikan kesimpulan yang digunakan.

“Inaya, siswa di kelas ini, mengetahui cara menulis program dengan JAVA. Setiap orang mengetahui cara menulis program dengan JAVA akan mendapat pekerjaan dengan bayaran tinggi. Oleh sebab itu, seseorang di kelas ini akan mendapat pekerjaan dengan bayaran tinggi.”

MATERI



SELESAI

