



UNIVERSITAS
INDONESIA

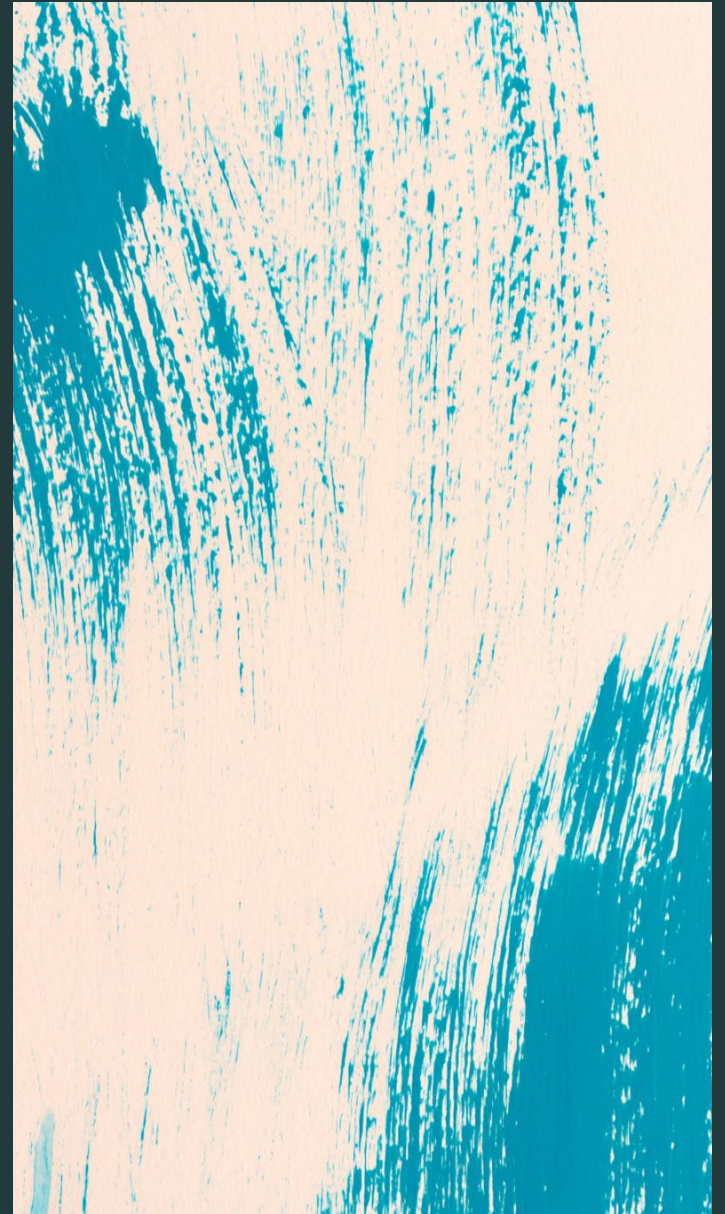
Veritas, Probitas, Iustitia
— EST. 1849 —

ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN UNTUK PERNYATAAN BERKUANTIFIKASI (Bagian 1)



LOGIKA DAN HIMPUNAN

*DEPARTEMEN MATEMATIKA
FMIPA UI*

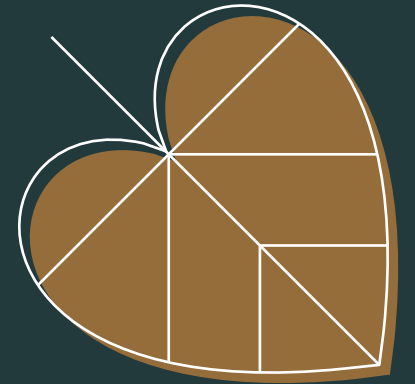
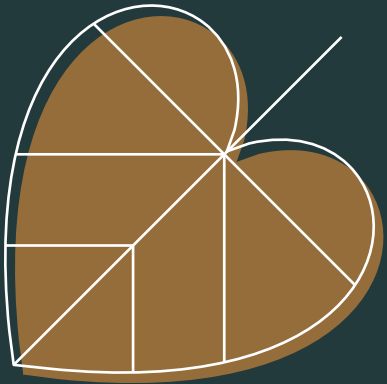


PENDAHULUAN

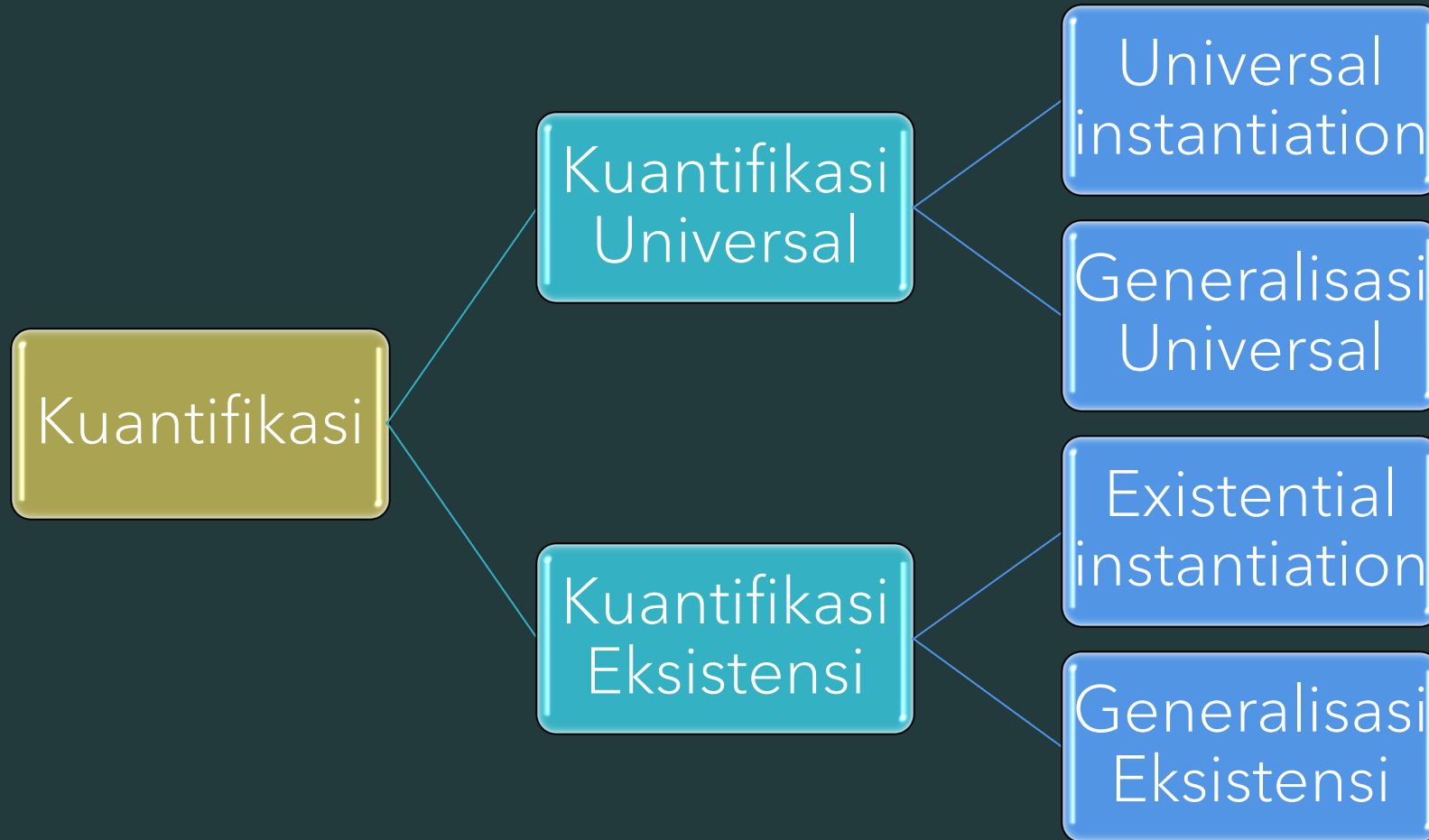
- Review:

Pada materi sebelumnya telah dipelajari aturan penarikan kesimpulan untuk logika proposisi dan penggunaannya dalam membangun argumen.

- Materi kali ini adalah aturan penarikan kesimpulan untuk pernyataan berkuantifikasi.

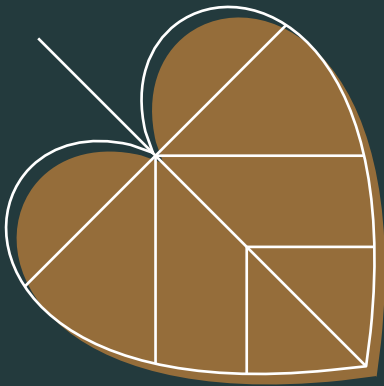


MATERI



UNIVERSAL INSTANTIATION

- *Universal instantiation* adalah aturan penarikan kesimpulan yang digunakan untuk menyimpulkan bahwa $P(c)$ adalah benar, dimana c adalah anggota tertentu dari suatu domain, jika diberikan premis $\forall x P(x)$.

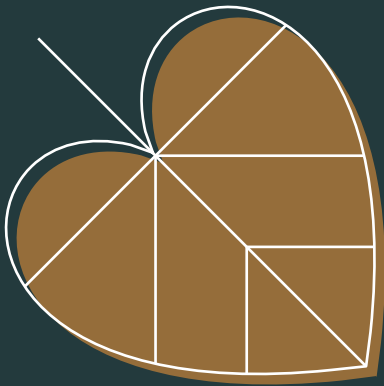


CONTOH 1.

- Misalkan diketahui pernyataan “Semua wanita adalah bijaksana” dan “Lisa seorang wanita.”
- Karena Lisa adalah wanita (anggota domain), maka dengan menggunakan universal instantiation dapat disimpulkan bahwa “Lisa bijaksana.”

GENERALISASI UNIVERSAL

- **Generalisasi universal** adalah aturan penarikan kesimpulan yang menyatakan bahwa $\forall x P(x)$ adalah benar.
- Generalisasi universal digunakan bila kita mau menunjukkan $\forall x P(x)$ adalah benar, yaitu dengan cara :
 1. Mengambil sembarang elemen c dari domain, dan
 2. Menunjukkan $P(c)$ benar





CATATAN

- Elemen c yang dipilih haruslah **sembarang** dari domain, dan **tidak spesifik**.
- Sehingga, bila kita memastikan dari $\forall x P(x)$ eksistensi elemen c di domain, kita **tidak memiliki kontrol atas** c dan **tidak dapat membuat asumsi apapun** tentang c selain c berasal dari domain.
- Generalisasi universal digunakan secara implisit di berbagai bukti matematika dan jarang disebut secara eksplisit.
- Namun, **kesalahan menambahkan asumsi** untuk sembarang elemen c saat menggunakan generalisasi universal amat sering dilakukan sebagai alasan yang tidak tepat.

EXISTENTIAL INSTANTIATION



- *Existential instantiation* adalah aturan yang memperkenankan kita untuk menyimpulkan bahwa terdapat elemen c di domain dimana $P(c)$ adalah benar jika diketahui $\exists x P(x)$ adalah benar.
- Kita **tidak dapat memilih sembarang** nilai c , tetapi harus c dimana $P(c)$ adalah benar. Biasanya kita tidak memiliki pengetahuan tentang c , hanya pengetahuan bahwa elemen tersebut ada.



GENERALISASI EKSISTENSI



- **Generalisasi eksistensi** adalah aturan inferensi yang digunakan untuk menyimpulkan $\exists x P(x)$ adalah benar apabila elemen tertentu c dengan $P(c)$ benar diketahui.
- Yaitu bila kita tahu sebuah elemen c di domain dimana $P(c)$ benar, maka kita tahu $\exists x P(x)$ benar.



TABEL 2
 ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN
 PERNYATAAN BERKUANTIFIKASI

ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN	NAMA
$\forall x P(x)$ $\therefore P(c)$	Universal instantiation
$P(c)$ untuk sembarang c $\therefore \forall x P(x)$	Generalisasi universal
$\exists x P(x)$ $\therefore P(c)$ untuk suatu c	Existential instantiation
$P(c)$ untuk suatu c $\therefore \exists x P(x)$	Generalisasi eksistensi



CONTOH 2

Misalkan diketahui premis sebagai berikut:

- “Setiap mahasiswa di kelas Aljabar telah mengambil kelas Logika dan Himpunan” dan “Sinta adalah mahasiswa di kelas Aljabar.”
- Tunjukkan bahwa kesimpulan dari pernyataan di atas adalah “Sinta telah mengambil kelas Logika dan Himpunan.”

SOLUSI.

Misalkan,

- $D(x)$: “ x mahasiswa di kelas Aljabar,”
- $C(x)$: “ x telah mengambil kuliah Logika dan Himpunan.”

Maka premis di atas dapat ditulis kembali sebagai: $\forall x (D(x) \rightarrow C(x))$ dan $D(\text{Sinta})$



CONTOH 2 (LANJUTAN)

$\forall x (D(x) \rightarrow C(x))$
dan $D(\text{Sinta})$

$D(x)$: "x mahasiswa di kelas Aljabar,"

$C(x)$: "x telah mengambil kuliah Logika dan Himpunan."

LANGKAH	ALASAN
1. $\forall x (D(x) \rightarrow C(x))$	Premis
2. $D(\text{Sinta}) \rightarrow C(\text{Sinta})$	Universal instantiation
3. $D(\text{Sinta})$	Premis
4. $C(\text{Sinta})$	Modus tolens (2) & (3)

"Sinta telah mengambil kelas Logika dan Himpunan."

SELESAI

