UNIVERSITAS INDONESIA

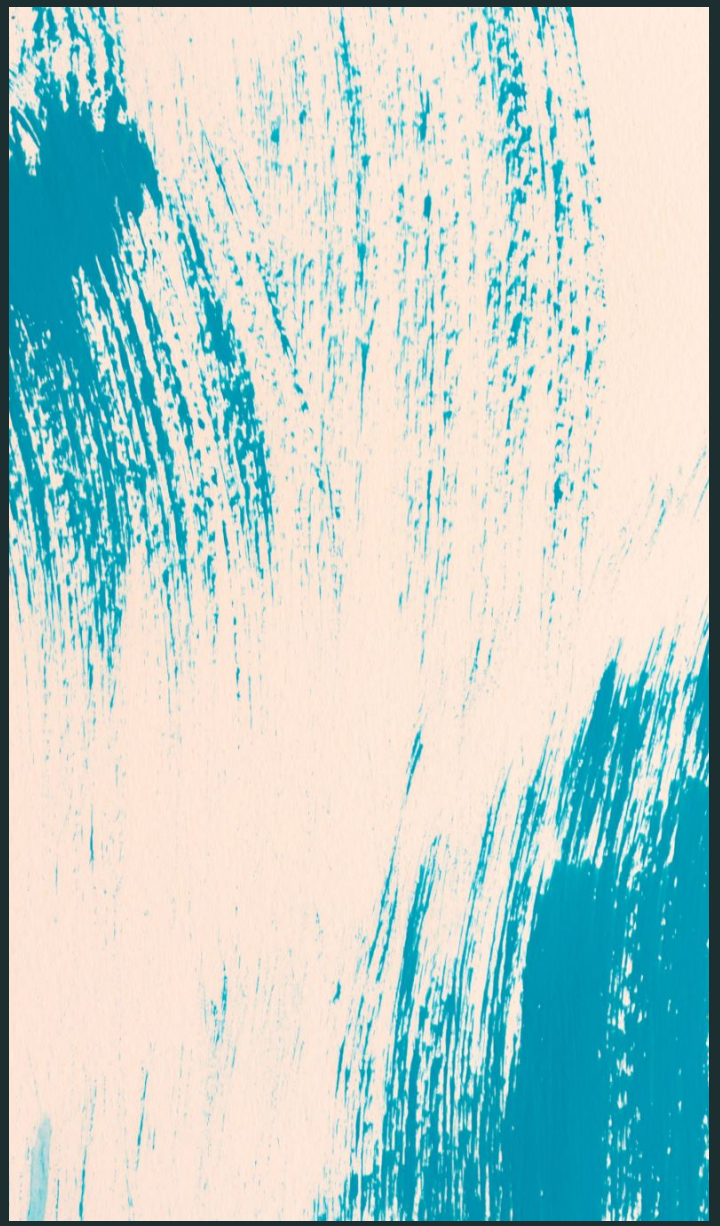
Veritas, Probitas, Iustitia

Est. 1849

ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN UNTUK LOGIKA PROPOSISI (Bagian 1)

LOGIKA DAN HIMPUNAN

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FMIPA UI



PENDAHULUAN

- Apakah penarikan kesimpulan

Mengambil kesimpulan dari bukti-bukti

- Aturan penarikan kesimpulan : standar atau model untuk penarikan kesimpulan
- Ada beberapa aturan penarikan kesimpulan.

ATURAN PENARIKAN KESIMPULAN

- Beberapa tautologi adalah aturan penarikan kesimpulan.
- Bentuk umum dari aturan penarikan kesimpulan adalah:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge p_n) \rightarrow q$$

dimana p_i adalah premis dan q adalah kesimpulan.

1. MODUS PONENS

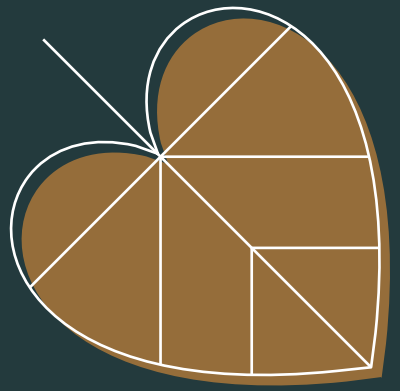
- Tautologi bentuk $\big((p \to q) \wedge p\big) \to q$ adalah dasar aturan penarikan kesimpulan yang disebut ***modus ponens***

Bentuk argumen absah:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Jika pernyataan bersyarat $(p \to q)$ dan hipotesa dari pernyataan bersyarat (p) benar, maka kesimpulannya harus benar.

CONTOH 1



Misalkan kalimat bersyarat “Jika hari ini hujan, maka saya memerlukan payung” dan hipotesa “Hari ini hujan” adalah benar. Apakah kesimpulannya?

- p : Hari ini hujan.
- q : Saya memerlukan payung.

Maka argumen dari contoh adalah:

$$p \rightarrow q$$
$$p$$

$$\therefore q$$

kesimpulan argumen adalah $\therefore q$ atau “Jadi, saya memerlukan payung.”

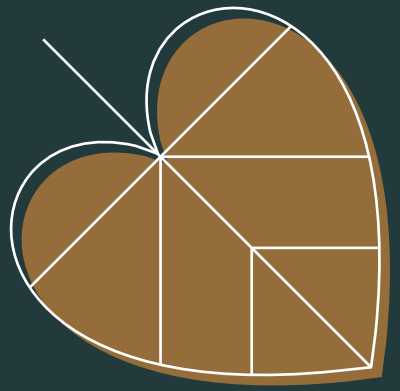
CONTOH 2

Perhatikan argumen berikut,

"Jika $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$, maka $\left(\sqrt{2}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

Diketahui $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$.

Akibatnya $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$.



1. Apakah argumen ini absah?
2. Apakah kesimpulan harus benar karena keabsahan argumen?

CONTOH 2

Misalkan $p : \sqrt{2} > \frac{3}{2}$ dan $q : \ 2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$.

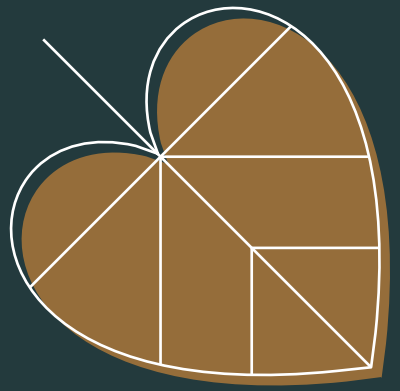
Bentuk argumen: Premis : $p \to q$ dan p. Kesimpulan : q.

1. Argumen absah karena disusun berdasarkan modus ponens.

2. Salah satu premis adalah salah, yaitu $p : \sqrt{2} > \frac{3}{2}$.

Akibatnya, tak dapat disimpulkan bahwa kesimpulannya benar.

Lebih lanjut, kesimpulan argumen salah $q : \ 2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$.



2. MODUS TOLLENS

- Aturan penarikan kesimpulan

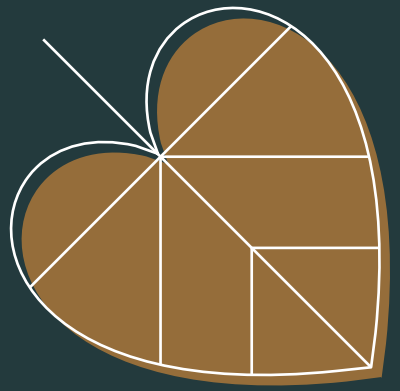
$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

disebut modus tollens.

Aturan penarikan kesimpulan ini berdasarkan kontrapositif. Dasar dari modus tollens adalah tautologi

$$\big((p \to q) \wedge \neg q\big) \to \neg p.$$

CONTOH 3



- Jika saya mengerjakan semua soal latihan di buku, maka saya akan lulus mata kuliah Logika dan Himpunan.
- Saya tidak lulus kuliah Logika dan Himpunan.

  p : Saya mengerjakan semua soal latihan di buku.

  q : Saya lulus mata kuliah Logika dan Himpunan.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

- Jadi, saya tidak mengerjakan semua latihan di buku.

3. SILOGISME HIPOTESIS

- Aturan penarikan kesimpulan

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline \therefore\ p \to r \end{array}$$

adalah aturan silogisme hipotesis.

Dasar dari silogisme hipotesis adalah tautologi

$$\big((p \to q) \wedge (q \to r)\big) \to (p \to r).$$

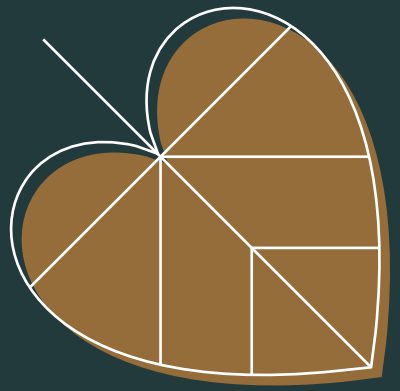
CONTOH 4

- Jika saya tidur larut malam, maka saya akan terlambat bangun pagi.
- Jika saya terlambat bangun pagi, maka saya akan terlambat tiba di kelas.
- Jika saya tidur larut malam, maka saya akan terlambat tiba di kelas.

  p : *Saya tidur larut malam.*

  q : *Saya terlambat bangun pagi.*

  r : *Saya terlambat tiba di kelas*



- Aturan penarikan kesimpulan yang digunakan adalah silogisme hipotesis

$$\begin{array}{l} p \to q \\ q \to r \\ \hline \therefore p \to r \end{array}$$

- Tautologi: $\big((p \to q) \wedge q \to r\big) \to (p \to r)$

SELESAI