



UNIVERSITAS  
INDONESIA

*Veritas, Probitas, Iustitia*  
EST. 1849



# PREDIKAT DAN KUANTIFIKASI



UNIVERSITAS  
INDONESIA

*Veritas, Probitas, Iustitia*  
EST. 1849

# ISI



**Predikat**

**Kuantifikasi**

**Menerjemahkan kalimat menjadi ekspresi logika**



UNIVERSITAS  
INDONESIA

*Veritas, Probitas, Iustitia*  
EST. 1849



# PREDIKAT

# Pendahuluan

- Pada matematika dan program komputer sering ditemukan pernyataan yang melibatkan variabel seperti

$$x > 5, \quad x = y + 4, \quad \text{dan} \quad x - y = z$$

- Pernyataan seperti ini tidak bernilai benar atau salah selama nilai dari variabel tidak ditentukan.
- Pada bagian ini akan didiskusikan cara menghasilkan proposisi dari pernyataan seperti di atas.



# Predikat

- ❑ Pernyataan " $x > 5$ " atau " $x$  adalah lebih besar dari 5" terdiri dari dua bagian, yaitu
  - ❑ **variabel**  $x$ , merupakan subyek dari pernyataan.
  - ❑ **predikat** "adalah lebih besar dari 5", menyatakan sifat yang dapat dimiliki oleh subyek.





# Predikat

- ☞ Nyatakan " $x$  adalah lebih besar dari 5" sebagai  $P(x)$ , dengan  $P$  menyatakan **predikat** lebih besar dari 5 dan  $x$  **variabel**.
- ☞ Pernyataan  $P(x)$  disebut juga sebagai **nilai dari fungsi proposisional  $P$  pada  $x$** .
- ☞ Jika variabel  $x$  diberi suatu nilai, maka  $P(x)$  menjadi sebuah **proposisi** yang memiliki nilai kebenaran.





# Contoh



- **Contoh 1.** Misalkan  $P(x) : x > 5$ . Apakah nilai kebenaran dari  $P(7)$  dan  $P(3)$ ?
- Konsep predikat seperti di atas dapat juga diperluas untuk fungsi proposisional yang melibatkan dua atau lebih variabel.
- **Contoh 2.** Misalkan  $Q(x, y) : x = y + 4$ . Apakah nilai kebenaran dari proposisi  $Q(1, 2)$  dan  $Q(5, 1)$ ?
- **Contoh 3.** Misalkan  $R(x, y, z) : x - y = z$ . Apakah nilai kebenaran dari proposisi  $R(1, 2, 3)$  dan  $R(4, -2, 6)$ ?



UNIVERSITAS  
INDONESIA

*Veritas, Probitas, Iustitia*  
EST. 1849



# Kuantifikasi



**Kuantifikasi universal**

**Kuantifikasi eksistensial**

**Kesetaraan logika dg Kuantifikasi**

**Ekspresi Negasi dg Kuantifikasi**



# Kuantifikasi

- ∞ Apakah perbedaan antara pernyataan
  - “Dalam setiap kotak ada permen” dan
  - “Dalam beberapa kotak ada permen.”?
- ∞ Dalam matematika, untuk menentukan apakah suatu pernyataan benar atau salah, perlu diperhatikan apakah ruang pembicaraan/domain/semesta pembicaraan mencakup semua  $x$  atau beberapa  $x$  tertentu.





# Kuantifikasi



- ❑ Kuantifikasi adalah cara lain untuk menghasilkan proposisi dari fungsi proposisional.
- ❑ Istilah “untuk semua (*for all*),” “untuk setiap (*for every*),” “untuk beberapa (*for some*),” atau “terdapat,” merupakan ekspresi yang mengkuantifikasi peubah.
- ❑ Terdapat dua jenis Kuantifikasi yaitu:
  - **Kuantifikasi universal** : “untuk semua (*for all*),” “untuk setiap (*for every*),” dengan notasi  $\forall$
  - **Kuantifikasi eksistensial** : untuk beberapa (*for some*),” atau “terdapat,” dengan notasi  $\exists$
- ❑ Simbol  $x$  yang menyatakan elemen dari ruang semesta disebut peubah (variabel)

# Kuantifikasi Universal

- ❑ **Definisi 1.** Kuantifikasi universal dari  $P(x)$  adalah proposisi " $P(x)$  bernilai benar (B) untuk setiap elemen  $x$  pada domain".
- ❑ Notasi  $\forall x P(x)$  menyatakan Kuantifikasi universal dari  $P(x)$ .
- ❑ Dibaca dengan " untuk semua  $x P(x)$ " atau "untuk setiap  $x P(x)$ ".
- ❑ Elemen  $x$  dimana  $P(x)$  bernilai salah disebut **counterexample** dari  $\forall x P(x)$





## TABEL 1. KUANTIFIKASI

Pernyataan	Kapan benar?	Kapan salah?
$\forall x P(x)$	$P(x)$ bernilai benar untuk setiap $x$	Ada $x$ sehingga $P(x)$ Salah
$\exists x P(x)$	Terdapat $x$ sehingga $P(x)$ benar	$P(x)$ salah untuk setiap/semua $x$

### Catatan

- Umumnya, asumsi implisit yang dibuat adalah domain yang diperhatikan adalah tidak kosong.
- Jika domain adalah kosong, maka  $\forall x P(x)$  bernilai benar untuk setiap fungsi proporsional  $P(x)$  karena tak terdapat elemen  $x$  didomain sehingga  $P(x)$  salah.

