

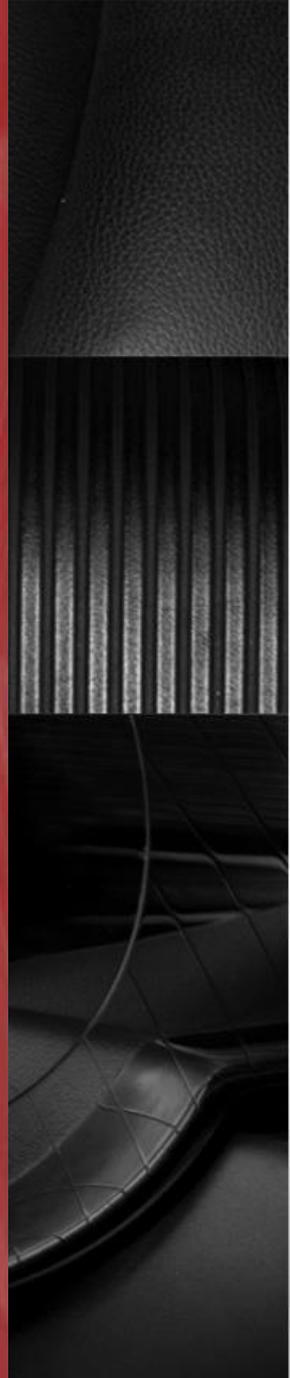
LOGIKA PROPORSIONAL

DEPARTEMEN MATEMATIKA

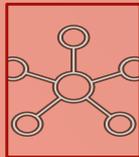
PRODI S1 MATEMATIKA

Nora Hariadi

Rev: Kiki Ariyanti Sugeng



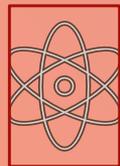
MATERI



Proposisi



Kalkulus
Proposisi



Operator
Logika

PROPOSISI

- Logika Proposisi atau Kalkulus Proposisi dikembangkan oleh ahli filsafat Yunani Aristotile (384 SM – 322 SM), jadi sudah sekitar 2300 tahun yang lalu.

DEFINISI 1

Suatu **proposisi** (*proposition*) adalah suatu **pernyataan** (*statement*) yang memiliki **nilai kebenaran “benar”** (*true, T*) atau **“salah”** (*false, F*) tetapi **tidak keduanya bersama-sama** pada saat dinyatakannya.

CONTOH 1

Pernyataan yang merupakan proposisi

1. Indonesia merupakan negara kepulauan.
2. Pandemi Covid 19 dialami di hampir seluruh negara di dunia.
3. $1+10=12$
4. $5 \times 2=10$

Pernyataan ini disebut proposisi karena kita bisa menentukan apakah kalimat ini benar atau salah

CONTOH 2

Pernyataan yang bukan proposisi

1. Apakah kuliah dengan pembelajaran jarak jauh menyenangkan?
2. Anda harus mengatur waktu dengan lebih baik.
3. $1 + x = 5$
4. $x \cdot y = z$

Pernyataan ini tidak bisa disebut proposisi karena kita tidak bisa menentukan apakah kalimat ini benar atau salah

- Kalimat tanya
- Kalimat perintah
- Persamaan yang masih bergantung nilai variabelnya

Latihan 1

Tentukan kalimat yang berbentuk proposisi

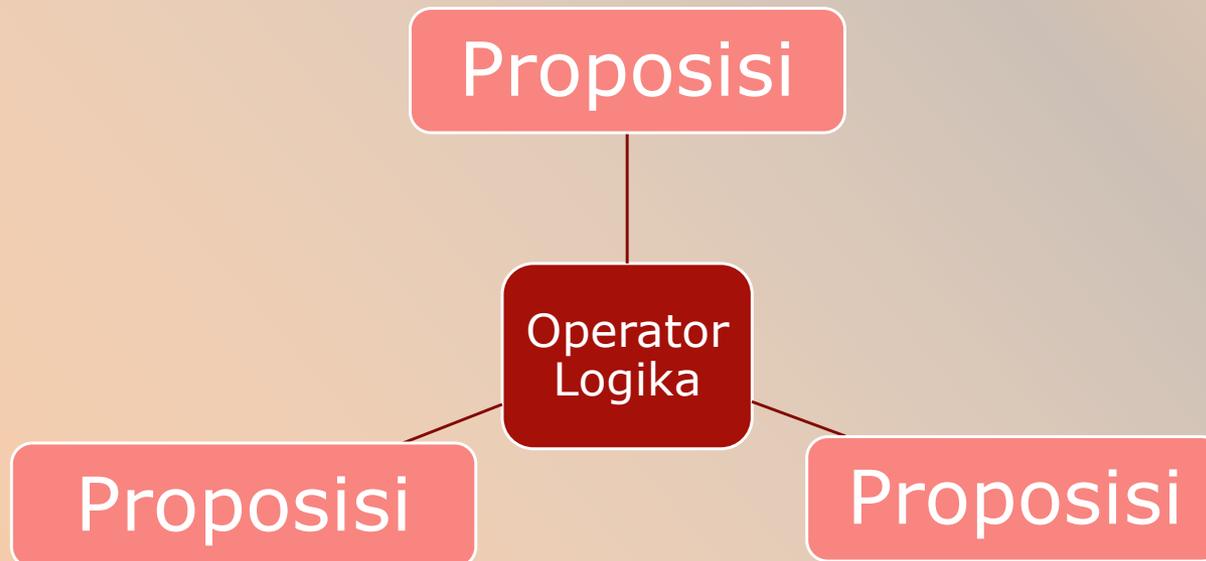
- Apakah kamu sudah membaca pengertian tentang proposisi?
- Anda harus membaca pengertian tentang proposisi sebelum mengerjakan Latihan ini.
- Ria sudah membaca pengertian tentang proposisi dari slide 2 sampai slide 4.
- Slide di halaman 2 tidak memuat gambar.
- 2 adalah bilangan prima.
- Jika x suatu bilangan ganjil, maka $2x$ adalah bilangan genap

KALKULUS PROPOSISI

- Variabel proposional atau variabel pernyataan ditulis dengan symbol huruf p, q, r, s, \dots
- **Nilai kebenaran** proposisi adalah
 - True/benar, T , jika merupakan proposisi benar.
 - False/salah, F , jika merupakan proposisi salah.
- Bidang logika yang berkaitan dengan proposisi disebut **kalkulus proposisi** atau **kalkulus logika**

Operator Logika atau Logika Penghubung

Dari proposisi-proposisi yang ada dapat dibentuk proposisi baru dengan menggunakan penghubung atau operator logika.



Operator Logika atau Logika Penghubung

Misalkan p dan q adalah proposisi, maka 6 operator logika adalah:

1. Negasi dari p $\neg p$
2. Konjungsi dari p dan q $p \wedge q$
3. Disjungsi dari p dan q $p \vee q$
4. *Exclusive or* dari p dan q $p \oplus q$
5. Pernyataan bersyarat $p \rightarrow q$
6. Pernyataan bikondisional $p \leftrightarrow q$

1. Operator Negasi

DEFINISI 2

Misalkan p adalah proposisi. Negasi dari p , $\neg p$, adalah pernyataan baru berbentuk:

“Adalah tidak benar p ”

yang juga memiliki nilai kebenaran.

Contoh Negasi

- (a) Negasi proposisi "Jakarta adalah kota dengan jumlah penduduk terbanyak" adalah "Jakarta bukan kota dengan jumlah penduduk terbanyak" atau "Tidak benar bahwa Jakarta adalah kota dengan jumlah penduduk terbanyak".
- (b) Jika p mewakili proposisi "Luas ruang kuliah ini lebih dari $16 m^2$ ", maka $\neg p$ mewakili proposisi "Luas ruang kuliah ini kurang dari atau sama dengan $16 m^2$ " atau "Tak benar bahwa luas ruang kuliah ini lebih dari $16 m^2$ ".

Tabel kebenaran operator negasi

- Hubungan antara nilai kebenaran dari p dan negasinya dapat dinyatakan dalam suatu tabel yang disebut **Tabel Kebenaran** sebagai berikut:

Tabel 1
Tabel Kebenaran untuk Negasi dari Proposisi

p	$\neg p$
T	F
F	T

2. Operator Konjungsi

- **DEFINISI 3**
- Jika p dan q adalah proposisi maka “ p dan q ” atau $p \wedge q$ adalah sebuah proposisi pula, yang disebut sebagai **konjungsi (*conjunction*)** dari p dan q .
- Nilai kebenaran dari $p \wedge q$ adalah **true** pada saat p dan q kedua-duanya bernilai **true**, dan **false** bila salah satu atau kedua-duanya dari p dan q bernilai **false**.

Contoh Konjungsi

Jika

p : Hari ini adalah hari Selasa

q : Hari ini hujan

maka $p \wedge q$: Hari ini adalah hari Selasa dan hari ini hujan, *atau* hari ini adalah hari Selasa dan hujan.

$p \wedge q$ bernilai T hari ini adalah hari Selasa dan hujan, dan bernilai F pada hari lainnya atau pada hari Selasa yang tidak hujan.

Tabel Kebenaran Konjungsi

Tabel 2
Tabel Kebenaran Konjungsi dari Dua Proposisi

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

3. Operator Disjungsi

DEFINISI 4

Jika p dan q adalah proposisi maka “ p atau q ” atau $p \vee q$ adalah sebuah proposisi pula, yang disebut sebagai **disjungsi** (*disjunction*) dari p dan q .

Dan nilai kebenaran dari $p \vee q$ adalah **false** pada saat p dan q kedua-duanya bernilai **false**, dan **true** bila salah satu atau kedua-duanya dari p dan q bernilai **true**.

Contoh Disjungsi

Jika

p : Hari ini adalah hari Selasa

q : Hari ini hujan

maka $p \vee q$: Hari ini adalah hari Selasa atau hari ini hujan.

$p \vee q$ bernilai F apabila harinya bukan hari Selasa dan pada hari itu tidak hujan, dan bernilai T apabila harinya adalah hari Selasa atau apabila harinya hujan

Tabel Kebenaran Disjungsi

Tabel 3
Tabel Kebenaran Disjungsi dari Dua Proposisi

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Latihan 2

1. Buatlah negasi dari kalimat berikut
 - a) Saya akan mengerjakan setiap Latihan dan saya akan lulus mata kuliah ini.
 - b) 7 adalah bilangan bulat dan 7 adalah bilangan ganjil
 - c) Saya bisa pergi makan malam atau nonton bioskop
2. Buatlah tabel kebenaran dari $\neg(\neg p)$. Apakah hasilnya sesuai dengan yang kamu bayangkan sebelumnya?
3. Buatlah tabel kebenaran dari $(p \wedge q) \vee r$ dan $(p \vee q) \wedge r$. Apakah kedua tabel menghasilkan nilai kebenaran yang sama?

4. Operator *Exclusive Or*

DEFINISI 5

Jika p dan q adalah proposisi maka ***exclusive or*** dari p dan q atau $p \oplus q$ adalah sebuah proposisi pula.

Nilai kebenaran dari $p \oplus q$ adalah ***true*** pada saat p dan q memiliki nilai kebenaran yang berbeda, dan ***false*** bila p dan q memiliki nilai kebenaran yang sama.

Contoh *Exclusive Or*

Jika

p : Hari ini adalah hari Selasa

q : Hari ini hujan

maka $p \oplus q$: Hari ini adalah hari Selasa yang tidak hujan atau hari ini bukan hari Selasa tetapi hujan.

$p \oplus q$ bernilai F pada setiap hari Selasa yang hujan atau pada hari-hari bukan hari Selasa yang tidak hujan, dan bernilai T pada hari Selasa yang tidak hujan atau pada hari lainnya yang hujan.

Tabel Kebenaran *Exclusive Or*

Tabel 4

Tabel Kebenaran *Exclusive Or* dari Dua Proposisi

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Latihan 3

1. Buatlah tabel kebenaran dari $p \oplus q$ dan $q \oplus p$. Apakah kedua tabel menghasilkan nilai kebenaran yang sama?
2. Berikan 2 contoh kalimat yang merepresentasikan pernyataan $p \oplus q$. Apa bedanya dengan pernyataan $p \vee q$?

TUGAS 1

- Latihan 1.1 1-14 di Buku Rosen (hanya sampai disjungsi-
exclusive or)

5. Pernyataan Bersyarat

DEFINISI 6

Jika p dan q adalah proposisi maka **Implikasi (*Implication*)** $p \rightarrow q$, dibaca “Jika p maka q ”, adalah sebuah proposisi pula.

p disebut **hipotesa** atau ***antecedent*** atau ***premise***, q disebut **konklusi (*conclusion*)** atau **konsekuensi (*consequence*)**.

Nilai kebenaran dari $p \rightarrow q$ adalah ***false*** hanya pada saat p bernilai ***true*** dan q bernilai ***false***, selainnya $p \rightarrow q$ akan bernilai ***true***.

Contoh Pernyataan Bersyarat

Jika

p : Hari ini adalah hari Selasa

q : Hari ini hujan

Maka $p \rightarrow q$: Jika hari ini adalah hari Selasa maka hari ini hujan.

$p \rightarrow q$ bernilai F hanya pada hari Selasa yang tidak hujan, dan bernilai T pada hari Selasa yang hujan atau pada hari yang bukan hari Selasa.

Tabel Kebenaran Pernyataan Bersyarat

Tabel 5
Tabel Kebenaran untuk Pernyataan Bersyarat

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

"Jika p maka q " dapat pula dikatakan sebagai

" p mengakibatkan q "

atau " p hanya jika q "

atau " p adalah syarat cukup untuk q "

atau " q jika p "

atau " q apabila p "

atau " q adalah syarat perlu untuk p ".

6. Pernyataan Bikondisional

DEFINISI 7

Jika p dan q adalah proposisi maka **biconditional** $p \leftrightarrow q$ juga sebuah proposisi, dibaca " p **jika dan hanya jika** q ", atau " p adalah **syarat perlu dan cukup** untuk q ".

Nilai kebenaran dari $p \leftrightarrow q$ adalah **true** pada saat p dan q memiliki nilai kebenaran yang sama, dan **false** bila p dan q memiliki nilai kebenaran yang berbeda.

Contoh Pernyataan Bikondisional

Jika

p : Hari ini adalah hari Selasa

q : Hari ini hujan

maka $p \leftrightarrow q$: Hari ini adalah hari Selasa jika dan hanya jika hari ini hujan,

atau Hari ini adalah hari Selasa adalah syarat perlu dan cukup agar hari ini hujan.

$p \leftrightarrow q$ bernilai F hanya pada hari Selasa yang tidak hujan atau hari lain yang hujan, dan bernilai T pada hari Selasa yang hujan atau pada hari lain yang tidak hujan.

Tabel Kebenaran Pernyataan Bikondisional

Tabel 6
Tabel Kebenaran untuk Pernyataan Bikondisional

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

LATIHAN 4

1. Buatlah negasi dari kalimat berikut
 - a) Jika f fungsi kontinu, maka f merupakan fungsi terbatas
 - b) Jika saya berolah raga setiap pagi, maka saya merasa badan saya lebih segar.
 - c) Jika x bilangan genap, maka x dapat dibagi oleh 2.
2. Buatlah tabel kebenaran untuk proposisi $p \rightarrow q$, dan tabel kebenaran untuk $\neg p \vee q$. Adakah hal yang anda temukan dengan membandingkan dua tabel tersebut.
3. Buatlah tabel kebenaran untuk proposisi $p \rightarrow q$, dan tabel kebenaran untuk $q \rightarrow p$. Adakah hal yang anda temukan dengan membandingkan dua tabel tersebut.
4. Buatlah tabel kebenaran dari $p \leftrightarrow q$. Apakah hasilnya dapat dibentuk dari $p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow p$

TUGAS 2

- Latihan 1.1 di Buku Rosen no: 4-12 dan 15-17

KONVERS, KONTRAPOSITIF, DAN INVERS

Dari pernyataan bersyarat $p \rightarrow q$ yang ada, dapat dibuat pernyataan bersyarat baru, yaitu:

1. **Konvers** dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$.
2. **Kontrapositif** dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$
3. **Invers** dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$

Hanya kontrapositif dari $p \rightarrow q$ yang ekuivalen dengan pernyataan bersyarat $p \rightarrow q$. (periksa tabel kebenarannya)

Contoh

Tentukan kontrapositif, konvers dan invers dari pernyataan bersyarat

“Tim tuan rumah menang apabila hari hujan.”

Solusi:

Karena “ q apabila p ” adalah salah satu bentuk pernyataan bersyarat “jika p maka q ”, maka kalimat awalnya dapat ditulis sebagai

“Jika hari hujan maka tim tuan rumah menang.”

Contoh (lanjutan)

Akibatnya,

Kontrapositif : “Jika tim tuan rumah tidak menang, maka hari tidak hujan”

Konvers : “Jika tim tuan rumah menang, maka hari hujan.”

Invers : “Jika hari tidak hujan, maka tim tuan rumah tidak menang.”

LATIHAN 5

- Tuliskan kontrapositif, konvers dan invers dari kalimat berikut
 1. Jika kamu mau membuat kue bole, maka kamu butuh telur.
 2. Jika x adalah bilangan real, maka x adalah bilangan bulat.
 3. Jika x adalah bilangan bulat, maka x adalah bilangan real.
 4. Jika hujan turun lebih dari 2 jam, maka rumah saya kebanjiran.
 5. Saya makan apabila saya lapar.
 6. Saya lulus apabila saya belajar.

TUGAS 3

- Latihan 1.1 no 18

TABEL KEBENARAN PROPOSISI BESARANG

Konstruksi tabel kebenaran dari proposisi bersarang

$$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$$

Lengkapi tabel kebenaran berikut

Tabel 7 Tabel Kebenaran $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$p \wedge q$	$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

Urutan Operator Logika

Tabel 8 Urutan Operator Logika

Operator	Urutan
\neg	1
\wedge	2
\vee	3
\rightarrow	4
\leftrightarrow	5

TUGAS 4

- Latihan 1.1 nomer : 20, 21, 22, 23, 24, 25

SELESAT