

Bab 7. Teknik Pengintegralan

7.1 Aturan integrasi dasar

Tim Dosen Kalkulus 1

Arman Haqqi Anna

Hengki Tasman

Ida Fithriani

Siti Aminah

Wed Giyarti

Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Indonesia

Bentuk integral dasar:

$$\textcircled{1} \int k \, du = k u + C$$

$$\textcircled{2} \int u^r \, du = \frac{u^{r+1}}{r+1} + C \text{ dengan } r \neq -1.$$

$$\int u^{-1} \, du = \ln |u| + C.$$

$$\textcircled{3} \int e^u \, du = e^u + C$$

$$\textcircled{4} \int a^u \, du = \frac{a^u}{\ln a} + C, \text{ dengan } a > 0 \text{ dan } a \neq 1.$$

$$\textcircled{5} \int \sin u \, du = -\cos u + C.$$

$$\textcircled{6} \int \cos u \, du = \sin u + C.$$

$$\textcircled{7} \int \sec^2 u \, du = \tan u + C.$$

$$\textcircled{8} \int \csc^2 u \, du = \cot u + C.$$

$$\textcircled{9} \int \sec u \tan u \, du = \sec u + C.$$

$$\textcircled{10} \int \csc u \cot u \, du = -\csc u + C.$$

$$\textcircled{11} \int \tan u \, du = -\ln |\cos u| + C.$$

$$\textcircled{12} \int \cot u \, du = \ln |\sin u| + C.$$

$$\textcircled{13} \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - u^2}} \, du = \arcsin \frac{u}{a} + C.$$

$$\textcircled{14} \int \frac{1}{a^2 + u^2} \, du = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C.$$

$$\textcircled{15} \int \frac{1}{u\sqrt{u^2 - a^2}} \, du = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{|u|}{a} + C.$$

$$\textcircled{16} \int \sinh u \, du = \cosh u + C.$$

$$\textcircled{17} \int \cosh u \, du = \sinh u + C.$$

Teorema 1 (Metode substitusi)

Misalkan g adalah fungsi terturunkan (differentiable function) dan F adalah antiturunan dari f . Jika $u = g(x)$, maka

$$\int f(g(x)) g'(x) dx = \int f(u) du = F(u) + c = F(g(x)) + c.$$

Contoh 2

Tentukanlah $\int x \cos x^2 dx$.

Misalkan $u = x^2$, sehingga $du = 2x dx$. Perhatikan

$$\int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos u du = -\frac{1}{2} \sin u + C = -\frac{1}{2} \sin x^2 + C.$$

Contoh 3

Hitunglah $\int_2^5 t \sqrt{t^2 - 4} dt$.

Misalkan $u = t^2 - 4$, sehingga $du = 2t dt$. Akibatnya, untuk $t = 2$, maka $u = 0$. Lebih lanjut, untuk $t = 5$, maka $u = 21$.

Perhatikan

$$\begin{aligned}\int_2^5 t \sqrt{t^2 - 4} dt &= \frac{1}{2} \int_2^5 \sqrt{t^2 - 4} (2t dt) \\&= \frac{1}{2} \int_0^{21} \sqrt{u} du \\&= \frac{1}{3} u \sqrt{u} \Big|_0^{21} \\&= \frac{1}{3} 21 \sqrt{21}.\end{aligned}$$

Latihan Mandiri .

Tentukanlah

1 $\int \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$

2 $\int \frac{\tan t}{\cos^2 t} dt$

3 $\int \frac{x^3}{x^4 + 4} dx$

4 $\int e^x \sec e^x dx$

5 $\int \frac{1}{p^2 + 2p + 5} dp$

6 $\int \frac{\tan x}{\sqrt{\sec^2 x - 4}} dx$

7 $\int \cosh 3s ds$

Pencarian integral tak-tentu $\int \sin x \, dx$ dan integral tentu $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x \, dx$.

Dengan Geogebra:

Integral(sin(x))

Integral(sin(x), -Pi, Pi)

Dengan Wolfram Mathematica:

Integrate(Sin[x], x)

Integrate(Sin[x], {x, -Pi, Pi})

Catatan

Huruf besar dan huruf kecil dibedakan di Wolfram Mathematica.

Pustaka

 Varberg, D., Purcell, E., Rigdon, S., Calculus, 9th ed., Pearson, 2006.

Catatan

Beberapa gambar dalam materi ini diambil dari pustaka di atas.

VIDEO BANTUAN DANA MATA KULIAH MOOCs DPASDP UI 2020

Copyright © Universitas Indonesia 2020

Produksi Prodi S1 Matematika, Departemen Matematika, FMIPA UI