

## Bab 2. Turunan

### 2.2 Turunan

Tim Dosen Kalkulus 1

Arman Haqqi Anna

Hengki Tasman

Ida Fithriani

Siti Aminah

Wed Giyarti

Departemen Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Indonesia

## Definisi 1

**Turunan** (*derivative*) dari fungsi  $f$  adalah **fungsi**  $f'$  (dibaca  $f$  aksen) dengan nilainya di  $x$  adalah

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

## Catatan

Jika limit tersebut **ada**, maka  $f$  dikatakan **dapat diturunkan** (*differentiable*) di  $x$ .

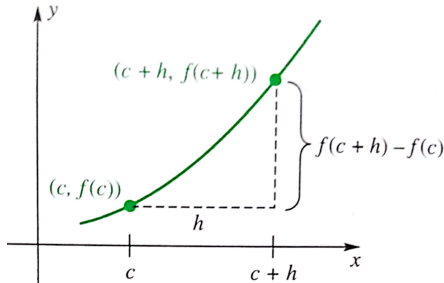
## Contoh 2

Diberikan fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x - 3$ . Tentukanlah  $f'(c)$  dan  $f'(4)$ .

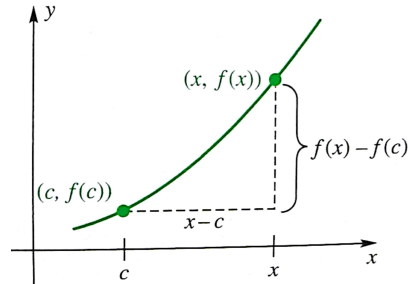
$$\begin{aligned}f'(c) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(c+h) - 3 - (2c - 3)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f'(4) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(4+h) - 3 - (2 \cdot 4 - 3)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2 = 2.\end{aligned}$$

Dua rumus turunan  $f'(c)$  yang ekuivalen.



$$f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$



$$f'(c) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$$

### Contoh 3

Diberikan fungsi  $f$  dengan  $f(x) = 2x - 3$ .

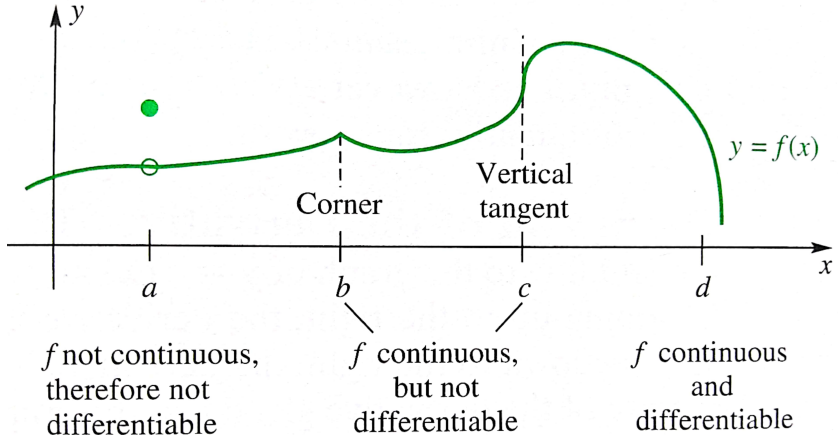
Tentukanlah  $f'(c)$  dengan menggunakan  $f'(c) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$ .

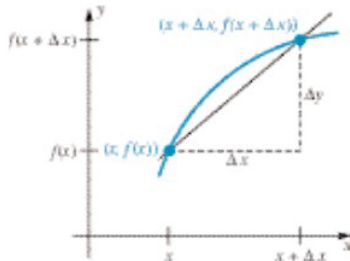
$$\begin{aligned} f'(c) &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{2x - 3 - (2c - 3)}{x - c} \\ &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{2(x - c)}{x - c} = 2. \end{aligned}$$

## Teorema 4

Jika  $f'(c)$  **ada**, maka  $f$  kontinu di  $x = c$ .

Kebalikan dari teorema di atas tidak benar!





Pertambahan dari  $y$ :  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$  (dibaca delta  $x$ ).

Notasi Gottfried Wilhelm Leibniz (matematikawan Jerman) untuk turunan  $f'(x)$ :

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = f'(x).$$

Turunan  $f'(x)$  memberikan kemiringan (*slope*) garis singgung terhadap grafik  $y = f(x)$  di titik  $x$ .

Akibatnya,

- ➊ jika garis singgung miring ke atas ke kanan, maka turunannya positif.
- ➋ jika garis singgung miring ke bawah ke kanan, maka turunannya negatif.
- ➌ jika garis singgung miring horizontal, maka turunannya 0.
- ➍ jika garis singgung miring vertikal, maka turunannya tidak ada.

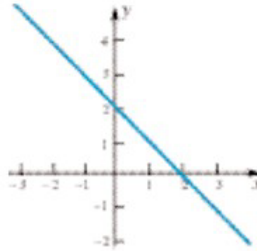


Diberikan fungsi  $f$  dengan grafiknya sebagai berikut.  
Tentukanlah grafik fungsi  $f'$ .

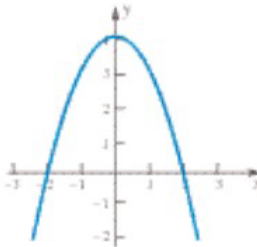
37.



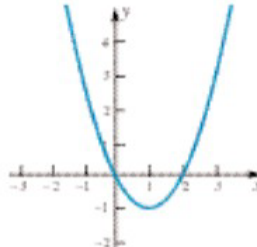
38.



39.



40.



Penyelesaian turunan dari  $f(x)$ .

- 1 Dalam *GeoGebra*: `Derivative[f(x), x]`
- 2 Dalam *Wolfram Mathematica*: `D[f(x), x]`

## Latihan mandiri.

Dengan menggunakan Definisi 1, carilah  $f'(c)$  dari

❶  $f(x) = 2x^2 + 1$

❷  $f(x) = \frac{1}{x}$

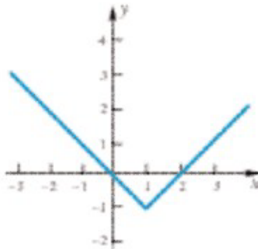
❸  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$

❹  $f(x) = \sqrt{3x}$

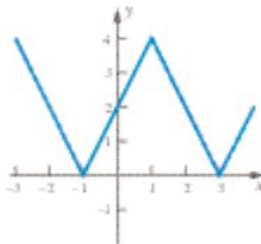
❺  $f(x) = \frac{x}{x+5}$

Diberikan fungsi  $f$  dengan grafiknya sebagai berikut.  
Tentukanlah grafik fungsi  $f'$ .

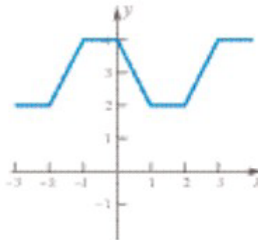
41.



42.



43.



44.



## Pustaka

 Varberg, D., Purcell, E., Rigdon, S., Calculus, 9th ed., Pearson, 2006.

## Catatan

*Beberapa gambar dalam materi ini diambil dari pustaka di atas.*

## VIDEO BANTUAN DANA MATA KULIAH MOOCs DPASDP UI 2020

Copyright © Universitas Indonesia 2020

Produksi Prodi S1 Matematika, Departemen Matematika, FMIPA UI