

Bab 1. Limit

1.2 Kajian ketat limit

Tim Dosen Kalkulus 1

Arman Haqqi Anna

Hengki Tasman

Ida Fithriani

Siti Aminah

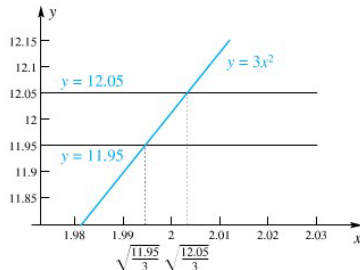
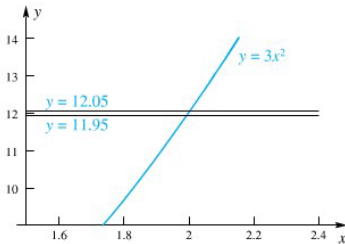
Wed Giyarti

Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Indonesia

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ mempunyai makna nilai $f(x)$ dapat dibuat sedekat mungkin ke L jika x cukup dekat ke c , tapi $x \neq c$.

Contoh 1

Gunakan grafik $y = f(x) = 3x^2$ untuk menentukan x harus seberapa dekat ke 2 agar jarak $f(x)$ dengan 12 kurang dari 0,05.



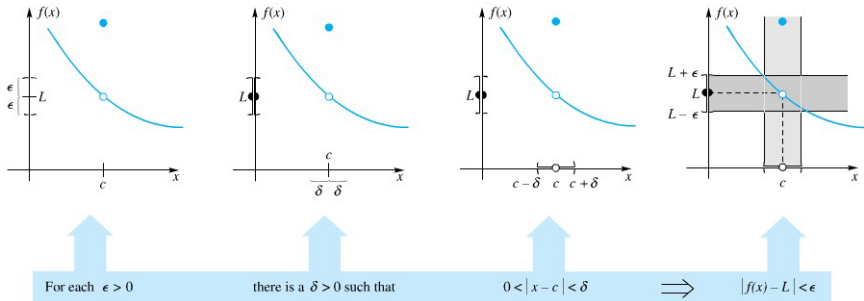
Ditentukan $11,95 < f(x) < 12,05$.

Tulis $y = 3x^2$ menjadi $x = \sqrt{y/3}$.

Agar $11,95 < f(x) < 12,05$ haruslah $\sqrt{11,95/3} < x < \sqrt{12,05/3}$.

Definisi 2

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti untuk setiap $\varepsilon > 0$ (ε boleh sekecil apapun), ada bilangan $\delta > 0$, sedemikian sehingga jika $0 < |x - c| < \delta$, maka $|f(x) - L| < \varepsilon$.



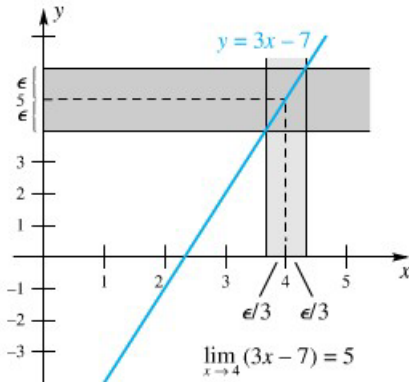
Catatan

$|x - c|$: jarak antara titik x dan titik c .

$|f(x) - L|$: jarak antara titik $f(x)$ dan titik L .

Contoh 3

Buktikanlah $\lim_{x \rightarrow 4} 3x - 7 = 5$.



Ambil $\varepsilon > 0$.

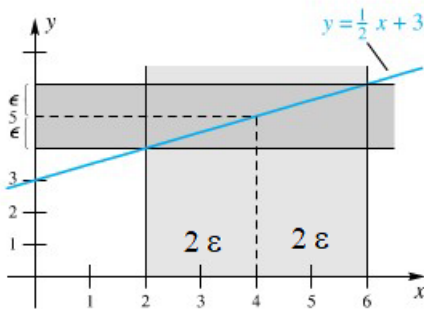
Pilih $\delta = \varepsilon/3$.

Jika $0 < |x - 4| < \delta$, maka

$$\begin{aligned}
 & |(3x - 7) - 5| \\
 &= |3x - 12| \\
 &= |3(x - 4)| \\
 &= 3|x - 4| < 3\delta = \varepsilon.
 \end{aligned}$$

Contoh 4

Buktikanlah $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{2}x + 3 = 5$.



Ambil $\varepsilon > 0$.

Pilih $\delta = 2\varepsilon$.

Jika $0 < |x - 4| < \delta$, maka

$$\begin{aligned}
 & \left| \left(\frac{1}{2}x + 3 \right) - 5 \right| \\
 &= \left| \frac{1}{2}x - 2 \right| \\
 &= \frac{1}{2} |x - 4| < \frac{1}{2} \delta = \varepsilon.
 \end{aligned}$$

Definisi 5 (Limit kanan)

$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ berarti untuk setiap $\varepsilon > 0$, ada bilangan $\delta > 0$, sedemikian sehingga jika $0 < x - c < \delta$, maka $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Latihan Mandiri

Buktikanlah

❶ $\lim_{x \rightarrow 0} 2x - 1 = -1$

❷ $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{2x} = \sqrt{2}$

❸ $\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 + 1 = 3$

Pustaka

 Varberg, D., Purcell, E., Rigdon, S., Calculus, 9th ed., Pearson, 2006.

Catatan

Beberapa gambar dalam materi ini diambil dari pustaka di atas.

VIDEO BANTUAN DANA MATA KULIAH MOOCs DPASDP UI 2020

Copyright © Universitas Indonesia 2020

Produksi Prodi S1 Matematika, Departemen Matematika, FMIPA UI