

Bab 1. Limit

1.1 Pendahuluan limit

Tim Dosen Kalkulus 1

Arman Haqqi Anna

Hengki Tasman

Ida Fithriani

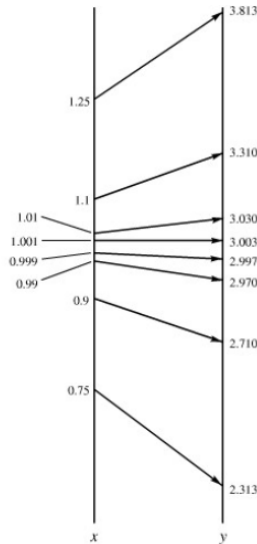
Siti Aminah

Wed Giyarti

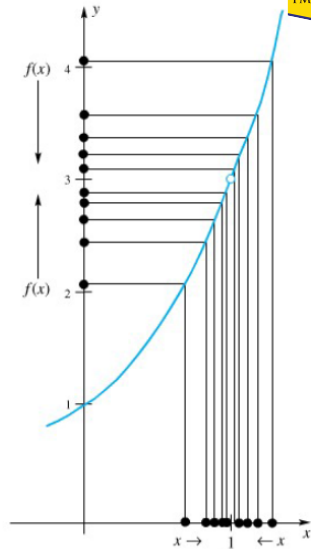
Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Indonesia

x	$y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$
1.25	3.813
1.1	3.310
1.01	3.030
1.001	3.003
↓	↓
1.000	?
↑	↑
0.999	2.997
0.99	2.970
0.9	2.710
0.75	2.313

Table
of values



Schematic
diagram



Graph of $y = f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

Fungsi f dengan $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ mempunyai domain alami $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$.

Perhatikan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = 3$ (terdefinisi), walaupun $f(1)$ tidak terdefinisi (karena $1 \notin D_f$).

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 1 \\ &= 3.\end{aligned}$$

Catatan

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = 3$ bermakna nilai $f(x)$ dapat dibuat sedekat mungkin ke 3 jika x cukup dekat dengan 1, tapi $x \neq 1$.

Intuisi Limit.

Notasi $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti jika x **dekat** dengan c , maka $f(x)$ **dekat** dengan L .

Catatan

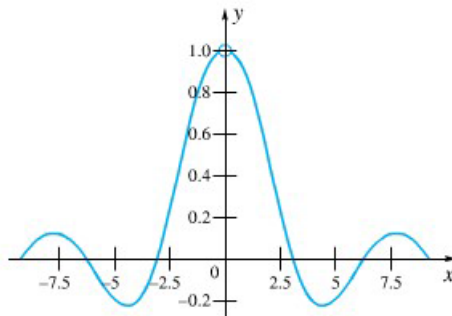
*Ide limit berkaitan dengan **perilaku fungsi** **di sekitar** $x = c$, tapi **tidak** di $x = c$.*

*Bahkan, $f(x)$ **tidak harus** terdefinisi di $x = c$.*

Contoh 1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1.$$

x	$\frac{\sin x}{x}$
1.0	0.84147
0.1	0.99833
0.01	0.99998
↓	↓
0	?
↑	↑
-0.01	0.99998
-0.1	0.99833
-1.0	0.84147

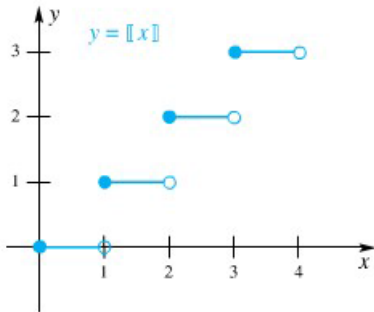


Contoh 2

$\lim_{x \rightarrow 1} \llbracket x \rrbracket$ tidak ada.

$\lim_{x \rightarrow 2} \llbracket x \rrbracket$ tidak ada.

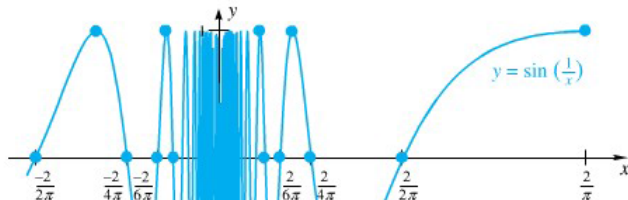
$\lim_{x \rightarrow 3} \llbracket x \rrbracket$ tidak ada.



Contoh 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ tidak ada.

x	$\sin \frac{1}{x}$
$2/\pi$	1
$2/(2\pi)$	0
$2/(3\pi)$	-1
$2/(4\pi)$	0
$2/(5\pi)$	1
$2/(6\pi)$	0
$2/(7\pi)$	-1
$2/(8\pi)$	0
$2/(9\pi)$	1
$2/(10\pi)$	0
$2/(11\pi)$	-1
$2/(12\pi)$	0
$\downarrow$	$\downarrow$
0	?



Limit.

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti jika x dekat dengan c , maka $f(x)$ dekat dengan L .

Limit kanan.

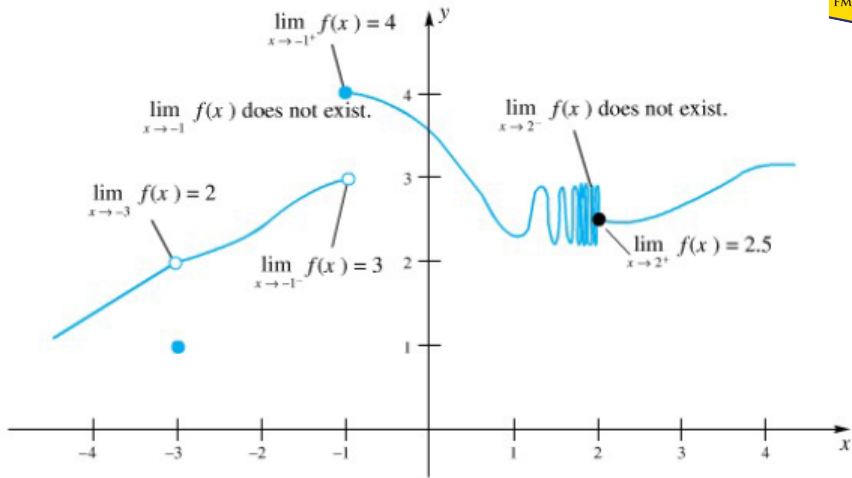
$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ berarti jika x dekat dengan c dari kanan, maka $f(x)$ dekat dengan L .

Limit kiri.

$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ berarti jika x dekat dengan c dari kiri, maka $f(x)$ dekat dengan L .

Catatan

Perhatikan penggunaan c , c^+ dan c^- .



Teorema 4

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$ dan $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$.

Penyelesaian $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$.

- Dalam *Geogebra*: `Limit[f(x), c]`
- Dalam *Wolfram Mathematica*: `Limit[f(x), x -> c]`

Penyelesaian $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$.

- Dalam *Geogebra*: `LimitAbove[f(x), c]`
- Dalam *Wolfram Mathematica*:
`Limit[f(x), x -> c, Direction -> "FromAbove"]`

Penyelesaian $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$.

- Dalam *Geogebra*: `LimitBelow[f(x), c]`
- Dalam *Wolfram Mathematica*:
`Limit[f(x), x -> c, Direction -> "FromBelow"]`

Pustaka

 Varberg, D., Purcell, E., Rigdon, S., Calculus, 9th ed., Pearson, 2006.

Catatan

Beberapa gambar dalam materi ini diambil dari pustaka di atas.

VIDEO BANTUAN DANA MATA KULIAH MOOCs DPASDP UI 2020

Copyright © Universitas Indonesia 2020

Produksi Prodi S1 Matematika, Departemen Matematika, FMIPA UI