

Bab 0. Pendahuluan

0.6 Operasi pada fungsi

Tim Dosen Kalkulus 1

Arman Haqqi Anna

Hengki Tasman

Ida Fithriani

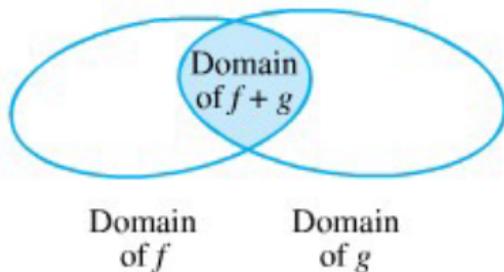
Siti Aminah

Wed Giyarti

Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Indonesia

Dua fungsi dapat dijumlah, dikurang, dikali atau dibagi untuk menghasilkan **fungsi baru**.

Fungsi baru tersebut memiliki **domain baru** yang didapat dari irisan dari dua domain fungsi lamanya dan kriteria penyebut tak-nol (untuk pembagian 2 fungsi).



Contoh 1

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.

Fungsi baru $f + g$ didefinisikan sebagai $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ untuk setiap x di domain baru.

$$(f + g)(0) = f(0) + g(0) = -\frac{3}{2} + 0 = -\frac{3}{2}.$$

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = -1 + 1 = 0.$$

$$(f + g)(4) = f(4) + g(4) = \frac{1}{2} + 2 = 2\frac{1}{2}.$$

$$(f + g)(9) = f(9) + g(9) = 3 + 3 = 6.$$

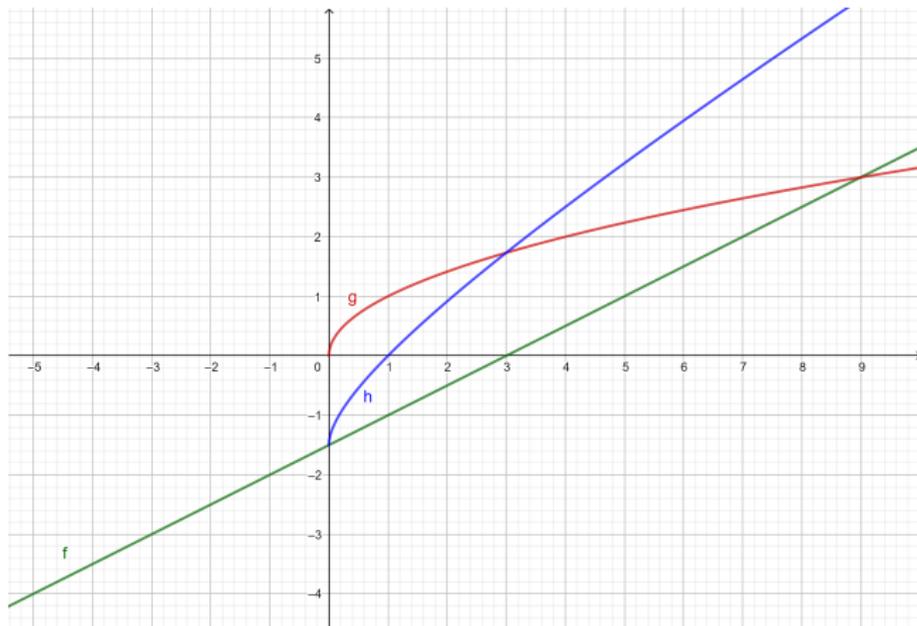
Contoh 2

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.
Perhatikan $D_f = (-\infty, \infty)$, $D_g = [0, \infty)$.

Formula	Domain
$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{x-3}{2} + \sqrt{x}$	$[0, \infty)$
$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{x-3}{2} - \sqrt{x}$	$[0, \infty)$
$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \frac{x-3}{2} \sqrt{x}$	$[0, \infty)$
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x-3}{2\sqrt{x}}$	$(0, \infty)$

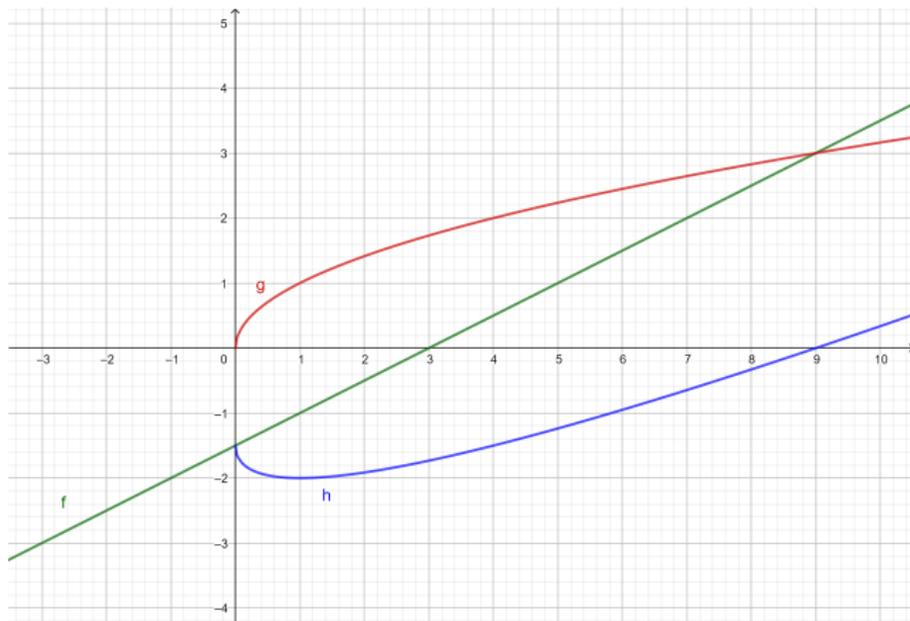
Contoh 3

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.
Grafik f (garis hijau), g (kurva merah), $h = f + g$ (kurva biru).



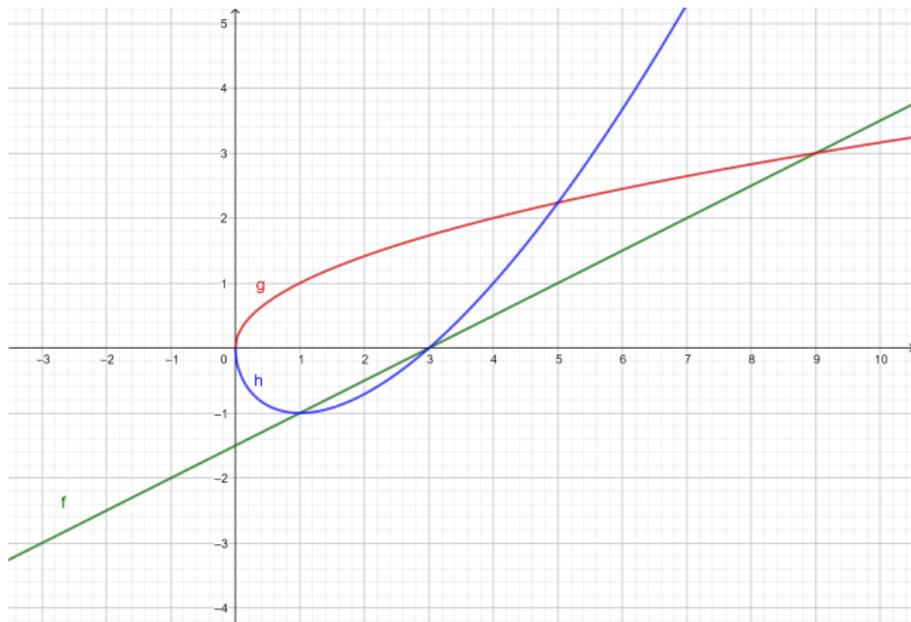
Contoh 4

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.
Grafik f (garis hijau), g (kurva merah), $h = f - g$ (kurva biru).



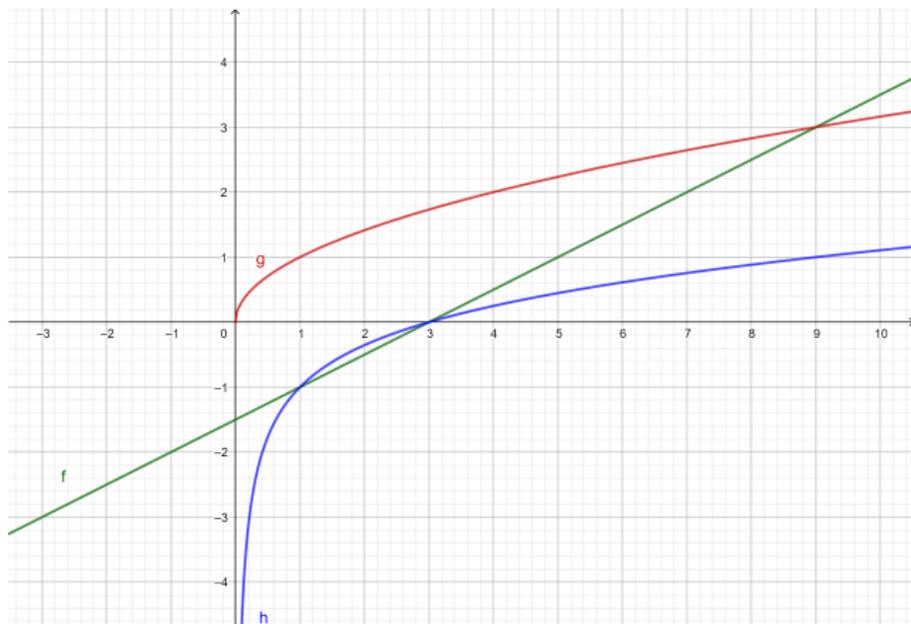
Contoh 5

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.
Grafik f (garis hijau), g (kurva merah), $h = fg$ (kurva biru).



Contoh 6

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.
Grafik f (garis hijau), g (kurva merah), $h = \frac{f}{g}$ (kurva biru).



Cara lain untuk membentuk fungsi baru adalah dengan menggunakan 2 fungsi lama dengan menggunakan komposisi.

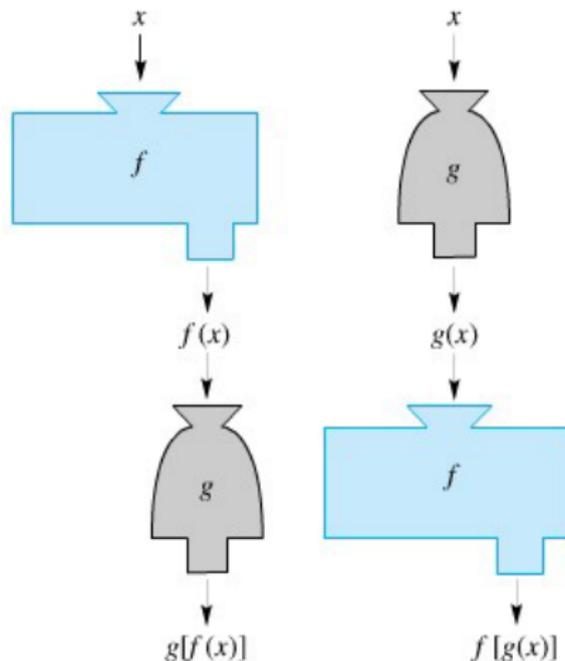
Komposisi dari fungsi f dan g ada 2 cara:

- 1 Komposisi g dengan f , yaitu: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.
- 2 Komposisi f dengan g , yaitu: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

Secara umum, hasil kedua komposisi tersebut **berbeda**.

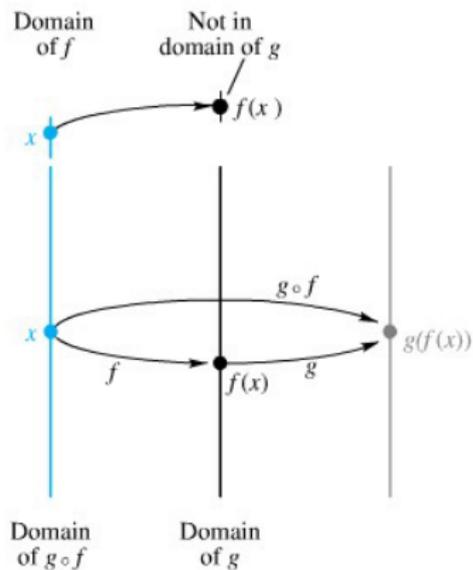
Catatan

Urutan komposisi 2 fungsi, dievaluasi dari kanan ke kiri.



Ilustrasi $g \circ f$ (kiri) dan $f \circ g$ (kanan).

Secara umum, hasil kedua komposisi tersebut



Gambar 1. Ilustrasi D_f , D_g dan $D_{g \circ f}$.

Contoh 7

Misalkan $f(x) = \frac{x-3}{2}$ dan $g(x) = \sqrt{x}$.

Perhatikan $D_f = (-\infty, \infty)$, $D_g = [0, \infty)$.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x-3}{2}\right) = \sqrt{\frac{x-3}{2}},$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}-3}{2}.$$

$D_{g \circ f} = [3, \infty)$ dan $D_{f \circ g} = [0, \infty)$. ■

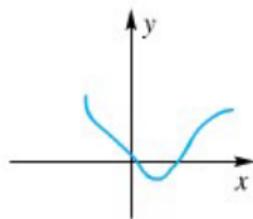
Latihan Mandiri.

Diberikan fungsi f dan g dengan $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ dan $g(x) = \frac{2}{x}$.
Tentukanlah rumus untuk fungsi berikut dan domain alaminya.

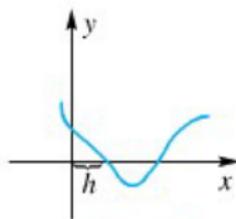
- 1 $f + g$
- 2 $f - g$
- 3 fg
- 4 $\frac{f}{g}$
- 5 $f \circ g$
- 6 $g \circ f$

Translasi dapat digunakan untuk menghasilkan fungsi baru dengan menggunakan 1 fungsi lama.

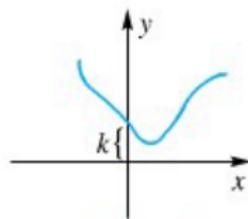
Beberapa jenis translasi suatu fungsi.



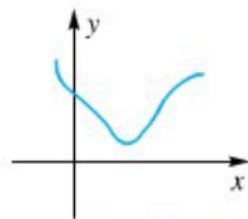
$y = f(x)$
Original
graph



$y = f(x - h)$
Translated h
units to the right



$y = f(x) + k$
Translated k
units up



$y = f(x - h) + k$
Translated h units
to the right
and k units up

Latihan mandiri.

Buatlah grafik fungsi berikut.

1 $y = |x|$

2 $y = |x - 3|$

3 $y = |x + 3|$

4 $y = |x| - 3$

5 $y = |x| + 3$

6 $y = |x - 3| + 2$

7 $y = |x - 3| - 2$

Beberapa jenis fungsi:

- 1 Fungsi konstan $f(x) = k$ dengan k adalah suatu bilangan konstan.
- 2 Fungsi identitas $f(x) = x$.
- 3 Fungsi polinomial $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$.
- 4 Fungsi linier $f(x) = ax + b$.
- 5 Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- 6 Fungsi rasional

$$f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

- 7 Fungsi aljabar eksplisit: didapat dari fungsi konstan dan fungsi identitas yang dikenakan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dan akar.

Contoh: $f(x) = -3\sqrt[3]{x^2}$, $g(x) = \frac{(x-2)\sqrt{x+3}}{x^2 + \sqrt[4]{x^3}}$.

Pustaka

 Varberg, D., Purcell, E., Rigdon, S., Calculus, 9th ed., Pearson, 2006.

Catatan

Beberapa gambar dalam materi ini diambil dari pustaka di atas.

VIDEO BANTUAN DANA MATA KULIAH MOOCs DPASDP UI 2020

Copyright © Universitas Indonesia 2020

Produksi Prodi S1 Matematika, Departemen Matematika, FMIPA UI