

Neural Networks

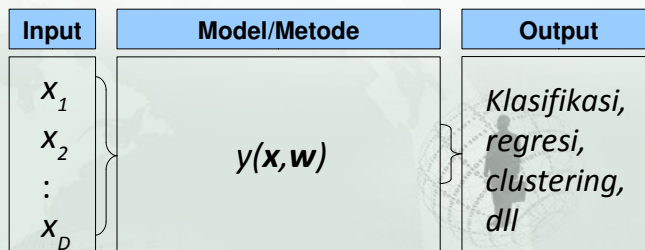
Dr. rer. nat. Hendri Murfi

Intelligent Data Analysis (IDA) Group

Departemen Matematika, Universitas Indonesia – Depok 16424

Telp. +62-21-7862719/7863439, Fax. +62-21-7863439, Email. hendri@ui.ac.id

Machine Learning



- *Preprocessing*: pemilihan/ekstraksi fitur dari data, misal $\mathbf{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_D)^T$
- *Learning*: penentuan parameter metode, misal \mathbf{w} , berdasarkan data pelatihan
- *Testing*: pengujian metode dengan data penguji (*testing data*) yang tidak sama dengan data pelatihan, sehingga didapat kapabilitas generalisasi dari model.

Learning

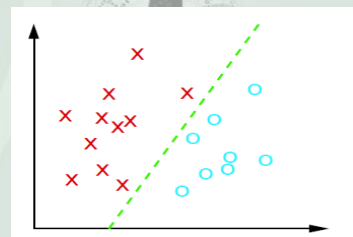
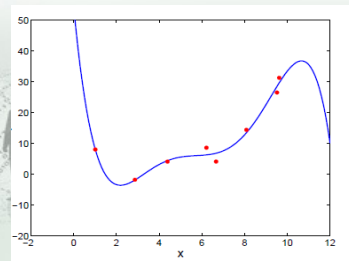
Diberikan data pelatihan $\mathbf{x}_i, i = 1 \text{ sd } N$, dan/atau $\mathbf{t}_i, i = 1 \text{ sd } N$

- **Supervised Learning.** Data pelatihan disertai target, yaitu $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{t}_i\}, i = 1 \text{ sd } N$. Tujuan pembelajaran adalah membangun model yang dapat menghasilkan output yang benar untuk suatu data input, misal untuk regresi, klasifikasi, regresi ordinal, ranking, dll
- **Unsupervised Learning.** Data pelatihan tidak disertai target, yaitu $\mathbf{x}_i, i = 1 \text{ sd } N$. Tujuan pembelajaran adalah membangun model yang dapat menemukan komponen/variabel/fitur tersembunyi pada data pelatihan, yang dapat digunakan untuk: pengelompokan (*clustering*), reduksi dimensi (*dimension reduction*), rekomendasi, dll

3

Supervised Learning

- **Regresi**
 - Nilai output \mathbf{t}_i bernilai kontinu (riil)
 - Bertujuan memprediksi output dari data baru dengan akurat
- **Klasifikasi**
 - Nilai output \mathbf{t}_i bernilai diskrit (kelas)
 - Bertujuan mengklasifikasi data baru dengan akurat



4

Model Linear

- Model yang umum digunakan untuk menyelesaikan masalah klasifikasi dan regresi adalah model linear, yaitu model yang merupakan kombinasi linear dari fungsi basis:

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = \sum_{j=0}^{M-1} w_j \phi_j(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$$

dimana $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_D)^T$ adalah variabel input, dan $\mathbf{w} = (w_0, w_1, \dots, w_D)^T$ adalah parameter, $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ adalah *fungsi basis*, M adalah jumlah total parameter dari model

- Biasanya, $\phi_0(\mathbf{x}) = 1$, sehingga w_0 berfungsi sebagai bias
- Ada banyak pilihan yang mungkin untuk fungsi basis $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$, misal fungsi linear, fungsi polinomial, fungsi gaussian, fungsi sigmoidal, dll

5

Model Linear

Kutukan Dimensi

- Model linear memiliki sifat-sifat yang penting baik dari aspek komputasi maupun analitik. Penggunaan model linear dengan pendekatan parametrik pada metode klasik memiliki keterbatasan pada aplikasi praktis disebabkan oleh kutukan dimensi (*curse of dimensionality*)

$$y(x, w) = w_0 + w_1 x + w_2 x^2 + w_3 x^3$$

$$y(\mathbf{x}, \mathbf{w}) = w_0 + \sum_{i=1}^D w_i x_i + \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^D w_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^D \sum_{j=1}^D \sum_{k=1}^D w_{ijk} x_i x_j x_k$$

1

D^3

untuk model beorde M dan jumlah fitur (dimensi) D , maka pertumbuhan jumlah parameter w proposional dengan D^M

6

Model Linear

Pendekatan Alternatif

- Pendekatan alternatif adalah menentukan jumlah fungsi basis didepan, akan tetapi masing-masing adaptif terhadap semua data pembelajaran.
- Dengan kata lain, menggunakan bentuk parametrik dimana nilai-nilai parameter adaptif selama proses training.
- Contoh metode yang menggunakan pendekatan ini adalah *neural networks* (NN).

7

Neural Networks

Definisi

- Neural Networks (NN), dikenal juga dengan istilah *multilayer perceptron*, memiliki bentuk umum sbb:

$$y_k(x, w) = \sigma \left(\sum_{j=1}^M w_{kj}^{(2)} h \left(\sum_{i=1}^D w_{ji}^{(1)} x_i + w_{j0}^{(1)} \right) + w_{k0}^{(2)} \right)$$

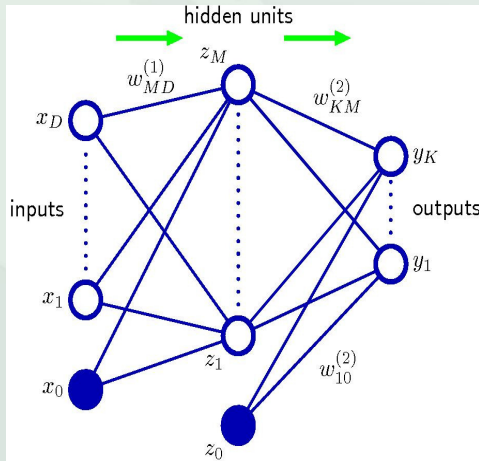
dimana w_{kj} , w_{ji} adalah parameter bobot; w_{k0} , w_{j0} adalah parameter bias; $h(\cdot)$, $\sigma(\cdot)$ adalah fungsi aktivasi.

- Sehingga, secara sederhana NN adalah suatu fungsi nonlinear dari suatu himpunan variabel input $\{x_i\}$ ke himpunan variabel output $\{y_k\}$ yang dikontrol oleh parameter bobot dan bias

8

Neural Networks

Representasi Diagram: Feed-forward Neural Networks



- Tahap 1:

$$a_j = \sum_{i=1}^D w_{ji}^{(1)} x_i + w_{j0}^{(1)}$$

- Tahap 2:

$$z_j = h(a_j)$$

- Tahap 3:

$$a_k = \sum_{j=1}^M w_{kj}^{(2)} z_j + w_{k0}^{(2)}$$

- Tahap 4:

$$y_k = \sigma(a_k)$$

9

Neural Networks

Simplifikasi

- Untuk simplifikasi model, notasi parameter bobot dan bias dapat digabung dengan membuat $x_0 = 1, z_0 = 1$:

$$y_k(x, w) = \sigma\left(\sum_{j=0}^M w_{kj}^{(2)} h\left(\sum_{i=0}^D w_{ji}^{(1)} x_i\right)\right)$$

dimana w_{kj} , w_{ji} adalah parameter bobot; $h(\cdot)$, $\sigma(\cdot)$ adalah fungsi aktivasi.

10

Neural Networks

Fungsi Aktivasi

- Pada *hidden units*, fungsi aktivasi nonlinear $h(\cdot)$ yang sering digunakan adalah fungsi sigmoid logistik, yaitu $z_j = h(a_j) = \tanh(a_j)$, dimana:

$$\tanh(a) = \frac{e^a - e^{-a}}{e^a + e^{-a}}$$

- Pada *output units*, untuk masalah regresi, fungsi aktivasi yang biasa digunakan adalah fungsi identitas, yaitu: $y_k = a_k$

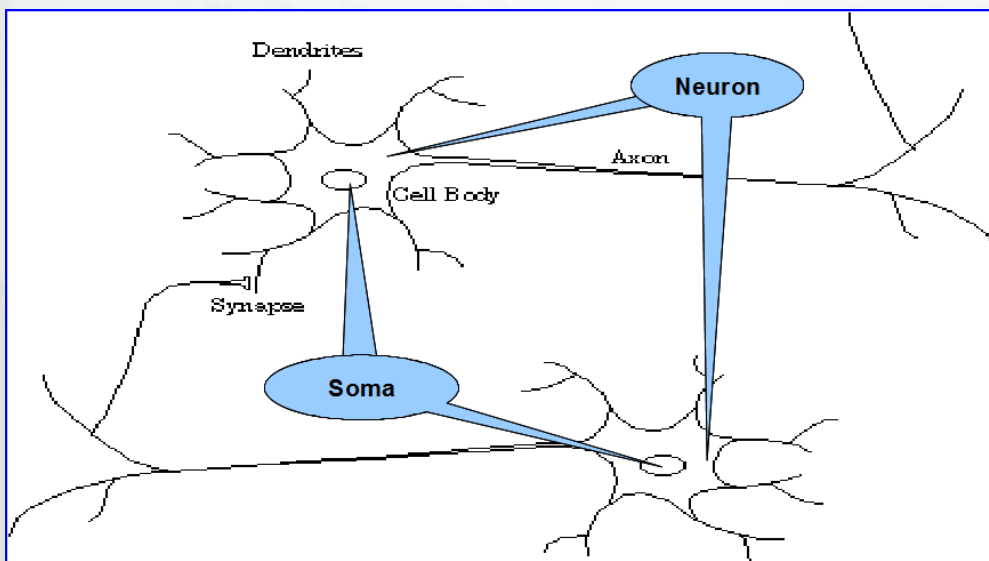
sementara untuk masalah klasifikasi, fungsi aktivasi yang biasa digunakan adalah fungsi sigmoid logistik, yaitu $y_k = \sigma(a_k)$, dimana:

$$\sigma(a) = \frac{1}{1 + \exp(-a)}$$

11

Neural Networks

Sumber Inspirasi: Jaringan Syaraf Biologis



12

Neural Networks

Training

- Diberikan data training $\{x_n, t_n\}$, dimana $n = 1, \dots, N$, dan struktur neural networks yang digunakan adalah jaringan 2 lapis (*two-layer network*).
- Nilai-nilai parameter bobot diperoleh dengan meminimumkan fungsi error sbb:

$$E(\mathbf{w}) = \sum_{n=1}^N E_n(\mathbf{w}) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \|y(x_n, \mathbf{w}) - t_n\|^2$$

13

Neural Networks

Training Algorithm: Error Backpropagation

- Error untuk setiap *output unit*:

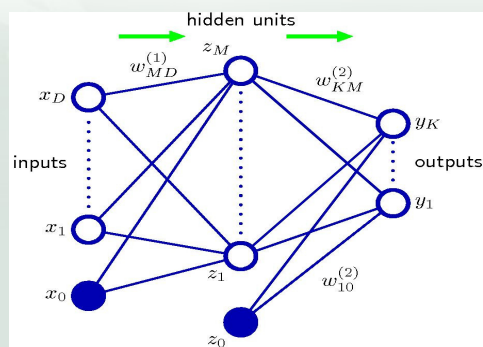
$$\delta_k = y_k - t_k$$

- Error untuk setiap *hidden unit*:

$$\delta_j = (1 - z_j^2) \sum_{k=1}^K w_{kj} \delta_k$$

- Perubahan bobot pada lapisan pertama dan kedua:

$$\frac{\partial E_n}{\partial w_{ji}^{(1)}} = \delta_j x_i, \quad \frac{\partial E_n}{\partial w_{kj}^{(2)}} = \delta_k z_j$$



14

Neural Networks

Algoritma Backpropagation

- Secara garis besar, algoritma backpropagation adalah sbb:
 - Inisialisasi nilai parameter bobot
 - Feedforward data pembelajaran
 - Backpropagation dari error
 - Update nilai parameter bobot
 - Ulang ke-4 langkah diatas sampai kriteria penyetop terpenuhi, misal: jumlah iterasi, waktu, perubahan nilai bobot, error pada data testing meningkat

15

Referensi

- Bishop, C. H., *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, 2006 (Bab 5.1, 5.2, 5.3)